

# **Masterarbeit**

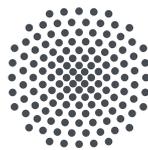
## **Beulverhalten des Stegblechs unter Querbelastrung unter Berücksichtigung der Torsionssteifigkeit der Längssteifen**

---

Vorgelegt an der Fakultät für Bauingenieurwesen der Universität Stuttgart  
zur Erlangung des akademischen Grades des  
Master of Science

vorgelegt von

**Eskandar Suliman**



**Universität Stuttgart**  
Institut für Konstruktion und Entwurf



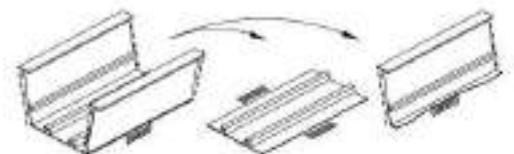


## Beulverhalten des Stegblechs unter Querbelastung unter Berücksichtigung der Torsionssteifigkeit der Längssteifen

Beim Längseinschieben von Stahl- und Stahlverbundbrücken treten insbesondere am Lager hohe Auflagerkräfte auf, die als Querkraft in das Steg- und Bodenblech eingeleitet werden. Für die Ermittlung der kritischen Knickspannung in Querrichtung  $\sigma_{cr,c,z}$  soll die nichtlineare Spannungsverteilung im Steg berücksichtigt werden. Neue Untersuchungen haben gezeigt, dass die Berücksichtigung der Torsionssteifigkeit der Längssteife im Beulnachweis zu einer Überschätzung der Tragfähigkeit führt.

Ziel dieser Arbeit ist es, mit Hilfe einer Literaturrecherche den Stand der Normung und Technik aufzubereiten. Mit Hilfe des FE-Programms soll anschließend ein numerisches Modell zur Berücksichtigung der nichtlinearen Spannungsverteilung im Steg entwickelt werden. Die Verifikation des numerischen Modells soll mit der in prEN 1993-1-5 angegebenen Gleichung für kritische Knickspannungen für beidseitig gleich belastete Beulfelder erfolgen. Zudem soll für einseitig belastete Beulfelder die angegebene Gleichung in prEN 1993-1-5 für  $\sigma_{cr,c}$  unter Berücksichtigung der nichtlinearen Spannungsverteilung systematisch untersucht werden. Zusätzlich werden numerische Ergebnisse aus der Parameterstudie für den Fall biaxialer Druckspannungen am Boden- und Stegblech zur Verfügung gestellt. Diese Ergebnisse sollen ausgewertet und ein Bemessungsmodell für Beulfelder mit geschlossenen Steifen unter Berücksichtigung der Torsionssteifigkeit entwickelt werden.

## Masterarbeit



## Stahlbau







## **Selbstständigkeitserklärung**

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Masterarbeit "**Beulverhalten des Stegblechs unter Querbelastung unter Berücksichtigung der Torsionssteifigkeit der Längssteifen**" selbstständig und ohne fremde Hilfe verfasst und bei der Erstellung dieser Arbeit die einschlägigen Bestimmungen, insbesondere zum Urheberrechtsschutz fremder Beiträge, eingehalten habe. Es wurden nur die in der Arbeit angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt.

Soweit meine Arbeit wörtlich oder dem Sinn nach aus anderen Werken entnommene Stellen (z. B. Bilder, Zeichnungen, Textpassagen) enthält, erkläre ich, dass diese Beiträge als solche unter Angabe der Quellen an der betreffenden Stelle gekennzeichnet sind (z. B. Zitat, Quellenangabe) und ich eventuell erforderlich gewordene Zustimmungen der Urheber zur Nutzung dieser Beiträge in meiner Arbeit eingeholt habe.

Stuttgart, den 31.05.2021

Eskandar Suliman

## **Bewertung**

Die vorliegende Arbeit wurde mit der folgenden Note bewertet: \_\_\_\_\_

Stuttgart, den 31.05.2021

Unterschrift Institutsleitung

Institutsstempel

## Haftungsausschuss

Obwohl die Arbeit nach bestem Wissen und Gewissen erstellt wurde, übernimmt weder der Verfasser/die Verfasserin dieser Arbeit noch die Universität Stuttgart bzw. das Institut für Konstruktion und Entwurf Haftung für den Inhalt der Arbeit. Sollte direkt durch Nutzung oder indirekt infolge der Nutzung von Ergebnissen oder Teilergebnissen der Arbeit ein Schaden entstehen, ist jeglicher Schadensersatzanspruch ausgeschlossen. Mit der Verwendung von Ergebnissen aus dieser Arbeit gilt dieser Haftungsausschluss als akzeptiert.

## Veröffentlichung oder Verarbeitung der Arbeit

Weder der Verfasser dieser Arbeit noch die Universität Stuttgart bzw. das Institut für Konstruktion und Entwurf wird die Arbeit ohne schriftliche Zustimmung des Instituts für Konstruktion und Entwurf bzw. des Verfassers veröffentlichen. Insbesondere, aber nicht ausschließlich, sind hier-mit kommerzielle Zwecke und eine anderweitige Veröffentlichung oder Verbreitung in digitaler oder gedruckter Fassung gemeint. Die Weitergabe im privaten Rahmen oder zu Bewerbungszwecken des Verfassers ist von dieser Regelung nicht betroffen. Bei Arbeiten, die in Zusammenarbeit mit Dritten entstanden sind, ist auch die Weitergabe an diese von dieser Regelung nicht betroffen.

## Danksagung

Danken möchte ich in erster Linie Frau Prof. Dr.-Ing. Ulrike Kuhlmann dafür, dass ich meine Arbeit am Institut für Konstruktion und Entwurf vorlegen durfte. Des Weiteren gilt mein Dank meinem Betreuer, Herrn Vahid Pourostad, für seine ausgiebige Unterstützung. Dank seiner herausragenden Expertise konnte er mich immer wieder in meiner Recherche und bei meinen Fragen unterstützen. Vielen Dank für Zeit und Mühen, die Sie in meine Arbeit investiert haben.

Daneben gebührt mein Dank den Herrn Nikolas Paparoditis, der mich hinsichtlich Programmierung tatkräftig unterstützt hat. Weiterhin möchte ich Frau Nanda Kirsch und Herrn Giorgios Paparoditis danken, deren Meinung bezüglich der Abbildungen und Darstellungen stets fördernd war.

Nicht zuletzt gebührt mein Dank meinen Eltern Etidal Rabea und Adib Suliman, meinem Bruder Ihab, seiner Frau Anthoula und seinem Sohn Leonidas. Ohne deren Geduld und unermüdliche Unterstützung wäre dieses ganze Unternehmen schon im Vorhinein niemals zustande gekommen. Ihnen und im Besonderen den kleinen *Leonidas Adib*, widme ich diese Arbeit.



# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1. Allgemeines . . . . .	1
1.2. Aufbau der Arbeit . . . . .	2
<b>2. Stand der Technik</b>	<b>5</b>
2.1. Stabilitätsproblem Plattenbeulen und linearisierte Beultheorie . . . . .	5
2.1.1. Nicht ausgesteifte Beulfelder . . . . .	6
2.1.2. Ausgesteifte Beulfelder . . . . .	7
Steifentypen . . . . .	7
Querschnittswerte von Steifen . . . . .	8
Steifenanordnung . . . . .	8
Beulwerte für ausgesteifte beulfelder . . . . .	9
Biaxiale Drucknormalspannung . . . . .	9
Schubspannungen . . . . .	10
Überkritisches Tragverhalten . . . . .	10
Knickstabähnliches Verhalten . . . . .	10
2.2. Beulsicherheitsnachweis nach prEN 1993-1-5 . . . . .	12
2.2.1. Allgemeines . . . . .	12
2.2.2. Methode der reduzierten Spannungen . . . . .	12
Nachweis des Einzelfeldes und des Gesamtfeldes . . . . .	13
Berechnung der globalen Beulslankheit $\bar{\lambda}_p$ . . . . .	15
Ermittlung des Abminderungsfaktors $\rho_{c,x}$ für die Längsspannung . . . . .	15
Ermittlung des Abminderungsfaktors $\rho_{c,z}$ für die Querspannung . . . . .	18
Ermittlung des Abminderungsfaktors $\chi_w$ für Schubspannung . . . . .	19
Interaktionsnachweis . . . . .	19
Nachweis der Längssteife . . . . .	20
2.3. Interpolation aus knickstabähnlichen und plattenartigen Verhalten . . . . .	20
2.3.1. Interpolationsfunktion für beidseitige quergerichtete Druckbelastung (nach Seitz) . . . . .	20
2.3.2. Interpolationsfunktion für längsgerichtete Druckbelastung (nach Kövesdi et al.) . . . . .	21
2.3.3. Interpolationsvorschlag (nach Pourostad) . . . . .	22
2.4. Einfluss der Torsionssteifigkeit . . . . .	24
2.4.1. Untersuchungen von Martin und Nguyen . . . . .	24
2.4.2. Untersuchungen von Pourostad . . . . .	25
2.4.3. Situation nach prEN 1993-1-5 . . . . .	26
2.5. Nachweis der Längssteife . . . . .	27
2.5.1. Nachweis der Längssteife nach Seitz . . . . .	27
2.5.2. Nachweis der Längssteife nach Kuhlmann et al. (BAST-Heft B140) . . . . .	30

2.6.	Spannungsverlauf und -verteilung . . . . .	33
2.6.1.	Näherungsgleichung nach dem BAST-Heft B140 . . . . .	33
2.6.2.	Näherungsgleichung nach dem COMBRI-Forschungsprojekt . . . . .	35
2.6.3.	Analytische Lösung der Spannungsverläufe und -verteilung . . . . .	37
<b>3.</b>	<b>Nichtausgesteiftes Beulfeld</b>	<b>43</b>
3.1.	Numerische Modellierung des nichtausgesteiften Beulfeldes . . . . .	43
3.1.1.	Geometrie . . . . .	43
3.1.2.	Elementtyp und Elementgröße . . . . .	43
3.1.3.	Lagerungsbedingungen . . . . .	44
	Modell A . . . . .	44
	Modell B . . . . .	45
	Modell C . . . . .	45
3.1.4.	Belastung . . . . .	45
	Modell A . . . . .	45
	Modell B und Modell C . . . . .	45
3.1.5.	Material . . . . .	46
3.1.6.	Berechnungssteuerung . . . . .	46
3.1.7.	Imperfektionen . . . . .	47
3.1.8.	Parameterbereich . . . . .	48
	Modell A . . . . .	48
	Modell B und Modell C . . . . .	48
3.2.	Parameterstudie des nichtausgesteiften Beulfeldes . . . . .	50
3.2.1.	Untersuchung der Spannungsverteilung und der Lastausbreitungs- länge gemäß analytischer Lösung . . . . .	50
	Spannungsverteilung $\sigma_z(z)$ . . . . .	50
	Lastausbreitungslänge $c_u(z)$ . . . . .	54
3.2.2.	Untersuchung des Einflusses der Längssteife auf den Spannungsver- lauf $\sigma_z(z)$ . . . . .	55
3.2.3.	Untersuchung der Spannungsverteilung und der Lastausbreitungs- länge nach Ansatz des COMBRI-Forschungsprojekts . . . . .	56
	Spannungsverteilung $\sigma_z(z)$ . . . . .	56
	Lastausbreitungslänge $c_u(z)$ . . . . .	57
3.2.4.	Untersuchung der Spannungsverteilung und der Lastausbreitungs- länge nach Ansatz des BAST-Heftes B140 . . . . .	57
	Spannungsverteilung $\sigma_z(z)$ . . . . .	57
	Lastausbreitungslänge $c_u(z)$ . . . . .	57
3.2.5.	Validierung der numerischen Modelle A und B . . . . .	59
	LBA-Untersuchung des Modells A . . . . .	59
	LBA-Untersuchung des Modells B . . . . .	60
3.2.6.	LBA-Untersuchung des Modells C . . . . .	61
3.2.7.	GMNIA-Untersuchung des Modells C . . . . .	62
3.3.	Schlussfolgerungen/Empfehlungen . . . . .	65
3.3.1.	Zu den Untersuchungen des Analytischen Ansatzes (3.2.1) . . . . .	65

3.3.2.	Zu dem Einfluss der Steife auf den <i>analytischen</i> Spannungsverlauf (3.2.2) . . . . .	66
3.3.3.	Zu den Untersuchungen der Spannungsverteilung und der Last- ausbreitungslänge nach Ansatz des COMBRI-Forschungsprojekts (3.2.3) . . . . .	66
3.3.4.	Zu den Untersuchungen der Spannungsverteilung und der Lastaus- breitungslänge nach Ansatz des BAST-Heftes B140 (3.2.4) . . . . .	67
3.3.5.	Zur LBA-Untersuchung des Modells C (3.2.6) . . . . .	67
3.3.6.	Zur GMNIA-Untersuchung des Modells C (3.2.7) . . . . .	67
<b>4.</b>	<b>Ausgesteiftes Beulfeld</b>	<b>71</b>
4.1.	Numerische Modellierung des ausgesteiften Beulfeldes . . . . .	71
4.1.1.	Geometrie . . . . .	71
	Ausgesteiftes Beulfeld . . . . .	71
	Stabwerkmodell (Längssteifen-Nachweis) . . . . .	72
4.1.2.	Elementtyp und Elementgröße . . . . .	73
4.1.3.	Lagerungsbedingungen und Belastung . . . . .	74
	Ausgesteiftes Beulfeld . . . . .	74
	Stabwerkmodell (Längssteifen-Nachweis) . . . . .	75
4.1.4.	Material . . . . .	75
4.1.5.	Berechnungssteuerung . . . . .	75
4.1.6.	Imperfektionen . . . . .	76
4.1.7.	Parameterbereich . . . . .	77
4.1.8.	Einzelfeld-Nachweis . . . . .	78
4.1.9.	Nachweisführung beim Gesamtfeld . . . . .	79
4.1.10.	Validierung des numerischen Modells . . . . .	79
4.1.11.	Ermittlung der Laststeigerungsfaktoren ( <i>LPF</i> ) aus den Nachweis- methoden der Längssteifen . . . . .	79
	Längssteifen-Nachweis nach Seitz . . . . .	79
	Längssteifen-Nachweis nach Kuhlmann et. al. (BAST-Heft B140) . . . . .	81
4.2.	Parameterstudie des ausgesteiften Beulfeldes . . . . .	84
4.2.1.	Untersuchung der Längssteifen-Nachweise . . . . .	84
	Längssteifen-Nachweis nach Seitz . . . . .	84
	Längssteifen-Nachweis nach Kuhlmann et al. (BAST-Heft B140) . . . . .	85
	Vergleich der Längssteifen-Nachweise nach den Vorschlägen von Seitz und dem BAST-Heft B140 . . . . .	85
4.2.2.	Untersuchung des ausgesteiften Beulfelds . . . . .	86
	Einzelfeld-Nachweis . . . . .	86
	Gesamtfeld-Nachweis . . . . .	86
	Einzelfeld- und Gesamtfeldnachweis . . . . .	86
4.2.3.	Ermittlung des Vergrößerungsfaktors $f_\lambda$ bzw. Vergrößerungsfunktion $f_\lambda(\bar{\lambda}_p)$ für den globalen Schlankheitsgrad $\bar{\lambda}_p$ . . . . .	89
	Konstanter Vergrößerungsfaktor $f_\lambda$ . . . . .	90
	Erster Ansatz: Variable Vergrößerungsfunktion $f_\lambda(\bar{\lambda}_p)$ . . . . .	91

Zweiter Ansatz: Variable Vergrößerungsfunktion $f_\lambda(\bar{\lambda}_p)$ . . . . .	92
Nachweisführung mit den ermittelten Vergrößerungsfaktoren $f_\lambda$ bzw. Vergrößerungsfunktionen $f_\lambda(\bar{\lambda}_p)$ . . . . .	94
4.3. Schlussfolgerung/Empfehlungen . . . . .	96
4.3.1. Zu den Längssteifen-Nachweisen (4.2.1) . . . . .	96
4.3.2. Zu dem Einzelfel- und Gesamtfeldnachweis (4.2.2) . . . . .	97
4.3.3. Zu den ermittelten Vergrößerungsfaktoren / Vergrößerungsfunktionen (4.2.3) . . . . .	97
<b>5. Zusammenfassung und Ausblick</b> . . . . .	<b>99</b>
5.1. Zusammenfassung . . . . .	99
5.2. Ausblick . . . . .	101
<b>Literatur</b> . . . . .	<b>103</b>
<b>Anhang</b> . . . . .	<b>125</b>
<b>A. Anhang</b> . . . . .	<b>125</b>
A.1. Zahlenbeispiel (zu Kap. 2.5.2) . . . . .	125
A.1.1. Modellparameter . . . . .	125
A.1.2. Ermittlung der Momente II. Ordnung $M_y^{II}$ . . . . .	126
A.1.3. Untersuchungen weiterer Modelle . . . . .	126
A.1.4. Fazit . . . . .	128
A.2. Anhang zur Parameterstudie des nicht ausgesteiften Beulfeldes . . . . .	130
A.2.1. Anhang zu den Untersuchungen des Modells <i>B</i> . . . . .	130
A.2.2. Anhang zu den Untersuchungen der Spannungsverteilung und der Lastausbreitungslänge (3.2.1, 3.2.2, 3.2.3 und 3.2.4) . . . . .	132
A.3. Anhang zu der Parameterstudie des ausgesteiften Beulfeldes . . . . .	141
A.3.1. Anhang zu den Untersuchungen des Längssteifen-Nachweises (4.2.1) . . . . .	141
A.3.2. Anhang zu den Untersuchungen des ausgesteiften Beulfeldes (4.2.2) . . . . .	156
A.3.3. Anhang zu der Ermittlung des Vergrößerungsfaktors $f_\lambda$ bzw. Vergrößerungsfunktion $f_\lambda(\bar{\lambda}_p)$ (4.2.3) . . . . .	169

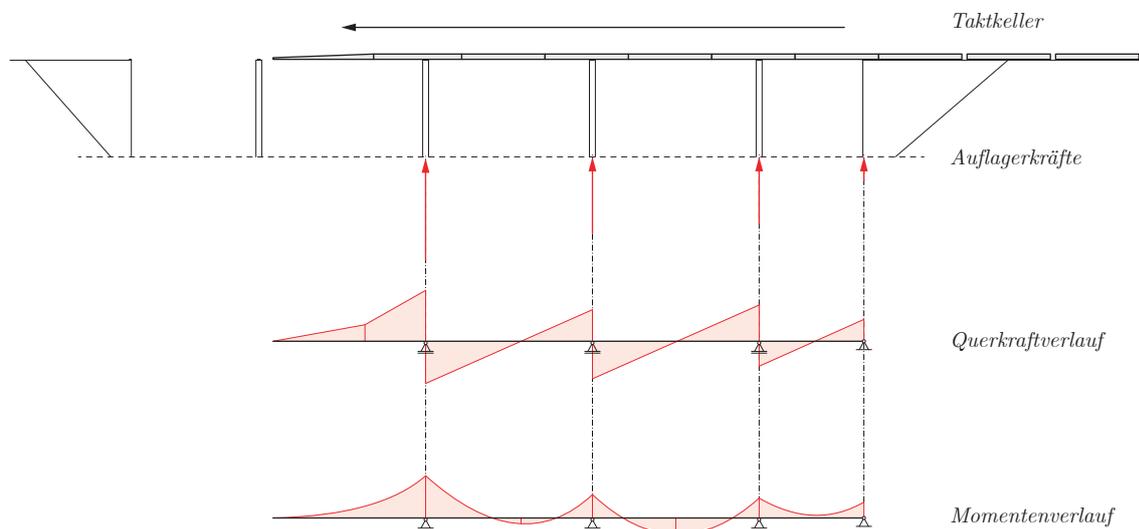




# 1. Einleitung

## 1.1. Allgemeines

Sowohl im Stahl- als auch im Verbundbrückenbau ist das Taktschiebverfahren eine bevorzugte Montagemethode. Bei diesem Verfahren wird in einem hinter dem Widerlager sich befindlichem Montageplatz (auch Taktkeller genannt), vom Werk gefertigte Brückenabschnitte zusammengefügt. Nach Fertigstellung eines Taktes wird die Brücke mithilfe einer Verschiebeinrichtung in Längsrichtung vorgeschoben (siehe Abb. 1.1). Beim Verschiebevorgang gleitet das Bauwerk über sogenannte Verschlager.

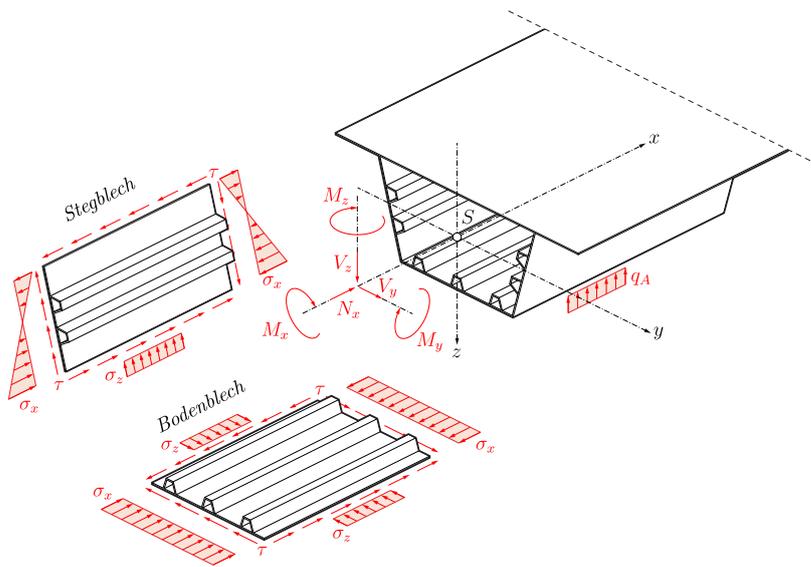


**Abbildung 1.1.:** Schematische Darstellung des Taktschiebverfahrens mit den Schnittgrößenverläufen (nach [51]).

Der Bauzustand ist für die Auslegung der Stahlkonstruktion besonders von Bedeutung, da sich oft andere und zum Teil auch höhere Schnittgrößen als im Endzustand ergeben. Den Verschiebung der Brücke über die Verschlager wird dabei ein besonderes Augenmerk gelegt. Dabei werden die Beulfelder des Hohlkastenprofils sowohl im Brückensteg als auch im Bodenblech unter biaxialen Druckspannungen beansprucht (siehe Abb. 1.2).

Zum einen werden die Beulfelder während des Verschiebens über die Verschlager durch Einleitung der Auflagerkräfte in den Überbau beansprucht. Zum anderen kommt es im Bauzustand kurz vor Erreichen eines Zwischenauflagers zu hohen Biegemomenten.

Bei geneigten Stegfeldern ist des Weiteren mit zusätzlichen quergerichteten Druckkräften im Bodenblech zu rechnen [22].



**Abbildung 1.2.:** Beulfelder eines Kastenquerschnitts mit den Belastungen infolge Biegung und der örtlich eingeleiteten Auflagerkraft  $q_A$  (nach [22]).

## 1.2. Aufbau der Arbeit

Im Mittelpunkt der vorliegenden Arbeit werden zwei Themen behandelt. Zum einen konzentriert sich die Untersuchung auf die Spannungsermittlung *unausgesteifter* Beulfelder infolge einseitig eingeleiteter Querspannungen. Zum anderen wird das Beulverhalten *ausgesteifter* Beulfelder mittels geschlossener Steifen untersucht. Insbesondere ist der Einfluss der Torsionssteifigkeit der Steifen auf den Beulnachweis nach prEN 1993-1-5 [15] zu überprüfen. Dabei wird das Feld unter zweiachsiger Randspannungen ( $\sigma_x$  und  $\sigma_z$ ) beansprucht, jedoch ohne Berücksichtigung der Schubspannungen  $\tau$ .

Im Rahmen dieser Arbeit sollen insbesondere die numerischen Daten (FE-Analyse) der Stegplatte des o.g. Hohlkastenprofils analysiert werden und unter Berücksichtigung der Torsionssteifigkeit eine Anpassung dieser Daten vorgenommen werden.

Die Arbeit gliedert sich in 5 Kapitel. Nach **Kapitel 1** und der vorliegenden Einleitung befasst sich **Kapitel 2** im Allgemeinen mit den Grundlagen und dem Stand der Technik. Im Speziellen werden in den Unterkapiteln auf das Stabilitätsproblem des Plattenbeulens und auf die Methode der reduzierten Spannungen (MRS) nach prEN 1993-1-5 [15], als Nachweisform eingegangen. Weiterhin werden Vorschläge zur Interpolation zwischen knickstabähnlichem und plattenartigem Verhalten beschrieben. Im Anschluss daran wird anhand von Forschungsschriften, der Einfluss der Torsionssteifigkeit und deren Berücksichtigung in dem Nachweisverfahren beschrieben. Des Weiteren werden Methoden zum Nachweis der Längssteifen vorgestellt, die eine Alternative zum Gesamtfeldnachweis darstellen. Abschließend wird auf die Methoden zur Ermittlung der Spannungsermittlung infolge einseitig eingeleiteter Randspannungen eingegangen.

Im Folgenden sind sowohl **Kapitel 3** als auch **Kapitel 4** vom gleichem Aufbau. Die genannten Kapitel sind jeweils in drei Unterkapitel aufgeteilt. Das erste Unterkapitel befasst sich mit der numerischen Modellierung der zu untersuchenden Themen. Insbesondere

wird auf Geometrie, Lagerungsbedingungen, Belastung und der angesetzten Imperfektionen eingegangen. Der zweite Unterkapitel befasst sich mit der Parameterstudie der o.g. Untersuchungspunkte und im abschließenden dritten Unterkapitel werden Schlussfolgerungen und Empfehlungen geäußert.

Im Einzelnen befasst sich **Kapitel 3** mit der Untersuchung unterschiedlicher Methoden zur Spannungs- und Lastausbreitung. Weiterhin soll das untersuchte Modell anhand prEN 1993-1-5 Abschn. 6.4.2(3) validiert werden. Darauf aufbauend soll die Tragfähigkeit des Einzelfeldes nach GMNIA mit Berücksichtigung der *modifizierten Knicklänge*  $a_{cr}$  nach prEN 1993-1-5 Abschn. 6.4.2(5) [15], untersucht werden.

**Kapitel 4** untersucht zunächst die Längssteifen-Nachweise nach SEITZ [51] und dem BAST-Heft B140 [33]. Anschließend werden die Daten aus der numerischen Berechnung des längsversteiften Beulfeldes analysiert und in Kombination vorangegangener Untersuchungen ausgewertet. Insbesondere soll die von POURSTAD vorgeschlagene Interpolationsgleichung auf die numerischen Werte angewandt werden. Abschließend soll mithilfe eines vorgeschlagenen Faktors die Anpassung an die numerischen Werte durch Vergrößerung des bezogenen Schlankheitsgrades untersucht und eine Empfehlung ausgesprochen werden.

Im abschließenden **Kapitel 5** werden zusammenfassend die wichtigsten Ergebnisse und Empfehlungen der Arbeit nochmals zusammengefasst. In einem Ausblick werden Punkte genannt, die einer weiteren bzw. zukünftigen Untersuchung bedürfen.

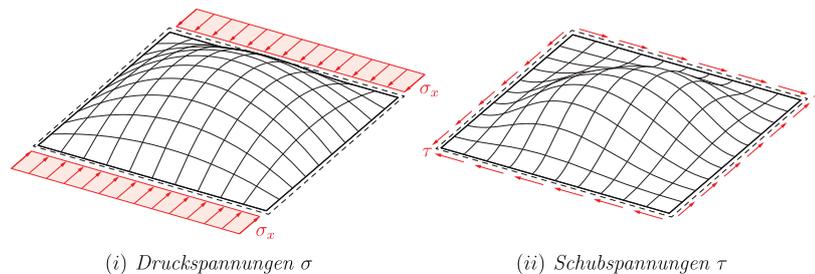


## 2. Stand der Technik

### 2.1. Stabilitätsproblem Plattenbeulen und linearisierte Beultheorie

Bei ebenen Flächentragwerken kann durch Beanspruchung in der Ebene das *Stabilitätsproblem Plattenbeulen* auftreten. Das Stabilitätsversagen zeigt sich durch Ausweichen der Platte aus der Ebene heraus. Die Beanspruchung kommt in Form von Druckspannungen  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  und Schubspannungen  $\tau$  [26] (siehe Abb. 2.1). Es wird von Plattenbeulen gesprochen, jedoch handelt es sich mechanisch betrachtet um ein *Scheibenproblem*, da die Beanspruchung in Plattenebene erfolgt. Der kritische Parameter für das Plattenbeulen ist die kritische Beulspannung  $\sigma_{cr}$ , die mittels der *Beuldifferentialgleichung* bestimmt wird. Voraussetzung für die Ermittlung der kritischen Beulspannung ist die Annahme

**Abbildung 2.1.:**  
Beulfiguren infolge Druckspannung  $\sigma_x$  und Schubspannung  $\tau$  (nach [26]). Die Ränder sind dabei gelenkig gelagert (---).



eines isotropen Werkstoffes und der Gültigkeit des Hookschen Gesetzes. Des Weiteren gelten auch die Annahmen, dass alle Lasten ideal mittig in der Plattenebene angreifen und die Platte keine Eigenspannungen aufweist. In den Gleichgewichtsbedingungen werden nur die linearen Glieder der Verschiebung berücksichtigt [31]. Nach Berücksichtigung des Gleichgewichts, der Geometrie und des Werkstoffes ergibt sich die Differentialgleichung:

$$K \cdot \Delta \Delta w = N_x \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2N_{xy} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + N_y \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (2.1)$$

$K$  ist hierbei die sogenannte *Plattenbiegesteifigkeit* und ist definiert mit

$$K = \frac{E \cdot t^3}{12 \cdot (1 - \mu^2)} \quad (2.2)$$

mit:

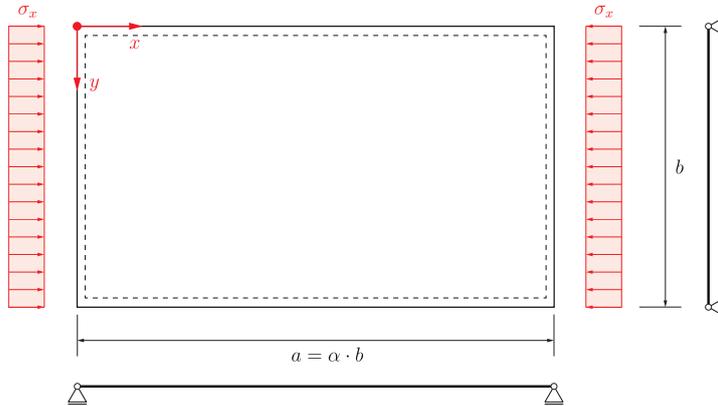
$t$  : Plattendicke

$\mu$  : Poissonzahl

Die Plattenbiegesteifigkeit  $K$  ist das Äquivalent der Biegesteifigkeit  $E \cdot I$  im Falle vom Knicken von Druckstäben.

### 2.1.1. Nicht ausgesteifte Beulfelder

Ausgehend von der Differentialgleichung (Gl. 2.1) wird ein Lösungsansatz ermittelt, die die Randbedingungen erfüllt. Auf eine ausführliche Herleitung wird im Rahmen dieser Arbeit jedoch verzichtet. Es wird, bei Interesse, auf [24, 26, 31] verwiesen.



**Abbildung 2.2.:**  
Einzelfeld unter konstanter Längsbelastung ( $\sigma_x$ ) und Navierscher Lagerung (- - -) (nach [31]).

Am Beispiel einer allseitig gelenkig gelagerten Platte mit konstanter Belastung in  $x$ -Richtung (siehe Abb. 2.2) wird hier ein Ansatz ermittelt. Durch Einsetzen in die Ausgangsgleichung (Gl. 2.1) und mehrfachen Umformen erhält man schließlich:

$$\sigma_x = \frac{E \cdot \pi^2}{12 \cdot (1 - \mu^2)} \cdot \left(\frac{t}{b}\right)^2 \cdot \left[\frac{m}{\alpha} + \frac{n^2 \cdot \alpha}{m}\right]^2 \quad (2.3)$$

mit:

- $\alpha$  : Seitenverhältnis
- $m$  : Anzahl der Sinushalbwellen in  $x$ -Richtung
- $n$  : Anzahl der Sinushalbwellen in  $y$ -Richtung

Da vom Betrag her nur die kleinste Lösung relevant ist, wird  $n = 1$  angesetzt (also eine Halbwelle in  $y$ -Richtung). Somit lautet die kritische Beullast:

$$\sigma_{cr} = \frac{E \cdot \pi^2}{12 \cdot (1 - \mu^2)} \cdot \left(\frac{t}{b}\right)^2 \cdot \left[\frac{m}{\alpha} + \frac{\alpha}{m}\right]^2 \quad (2.4)$$

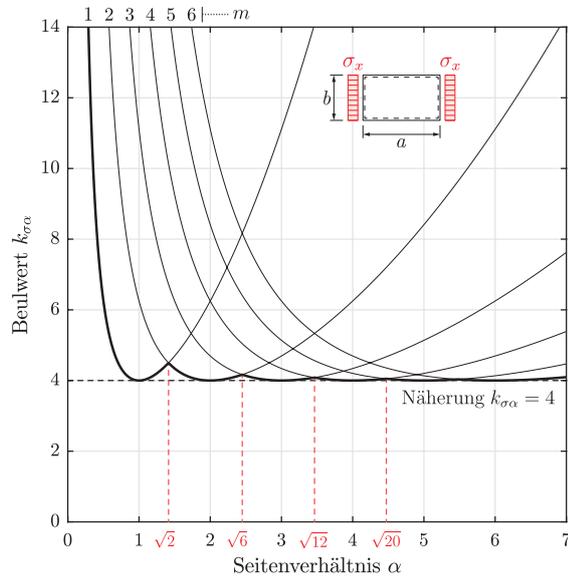
mit der Eulerspannung:

$$\sigma_E = \frac{E \cdot \pi^2}{12 \cdot (1 - \mu^2)} \cdot \left(\frac{t}{b}\right)^2 = 190.000 \cdot \left(\frac{t}{b}\right)^2 \text{ [N/mm}^2\text{]} \quad (2.5)$$

und dem Beulwert:

$$k_\sigma = \left[\frac{m}{\alpha} + \frac{\alpha}{m}\right]^2 \quad (2.6)$$

Die Eulerspannung  $\sigma_E$  hängt offensichtlich nur von den beiden Parametern  $b$  und  $t$  ab. Der Beulwert  $k_\sigma$  wiederum hängt vom Seitenverhältnis  $\alpha$  und der Anzahl der Halbwellen in  $x$ -Richtung ab. Abb. 2.3 veranschaulicht den Verlauf der Beulwerte in Abhängigkeit von  $\alpha$  und  $m$ .



**Abbildung 2.3.:**

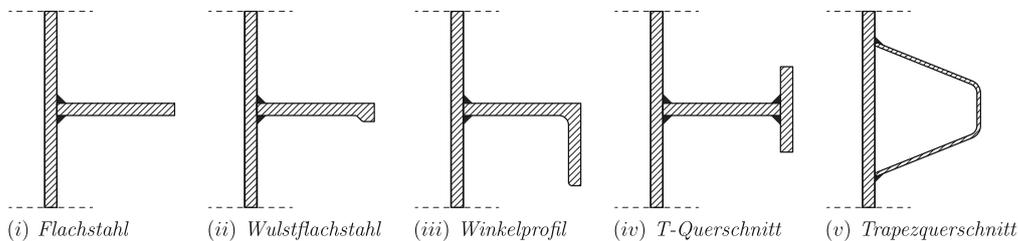
Verlauf der Beulwerte  $k_{\sigma\alpha}$  in Abhängigkeit der Anzahl der Halbwellen  $m$  und des Seitenverhältnisses  $\alpha$  (—) für ein Beulfeld mit konstanter Längsspannung  $\sigma_x$ . Kurve (—) ist die *Hüllkurve* aus den Minimalwerten aller Beulwertkurven. Die Übergänge zwischen der minimalen Anzahl an Halbwellen sind gekennzeichnet durch (---). Kurve (- - -) zeigt die Näherung des Beulwertes bei  $k_{\sigma\alpha} = 4,0$ .

In prEN 1993-1-5 Tab. 6.1 und 6.2 [15] sind die Beulwerte in Abhängigkeit der Beanspruchung, des Spannungsverhältnisses  $\psi$  und des Seitenverhältnisses  $\alpha$  vertafelt. Bei diesen Tafeln geht man von einer gelenkigen Lagerung der Ränder aus. Man spricht hier auch von einer *Navierschen Lagerung*.

### 2.1.2. Ausgesteifte Beulfelder

#### Steifentypen

Wenn unausgesteifte Beulfelder die nötige Tragsicherheit nicht erreichen, kann die Plattendicke erhöht werden. Jedoch ist die Vergrößerung der Plattendicke i.d.R. unwirtschaftlich und wird nur dann angewandt, wenn die nötige Tragsicherheit knapp verfehlt wird. Für gewöhnlich werden bei stabilitätsgefährdeten Platten Längs- und/oder Quersteifen eingesetzt [26].



**Abbildung 2.4.:** Darstellung verschiedener Steifenquerschnitte (nach [26]).

Heutzutage werden Flachstähle als Aussteifung gemieden. Fast immer kommen zu diesem Zweck Winkelprofile, T-Querschnitte oder Trapezquerschnitte zum Einsatz (vgl. 2.4).

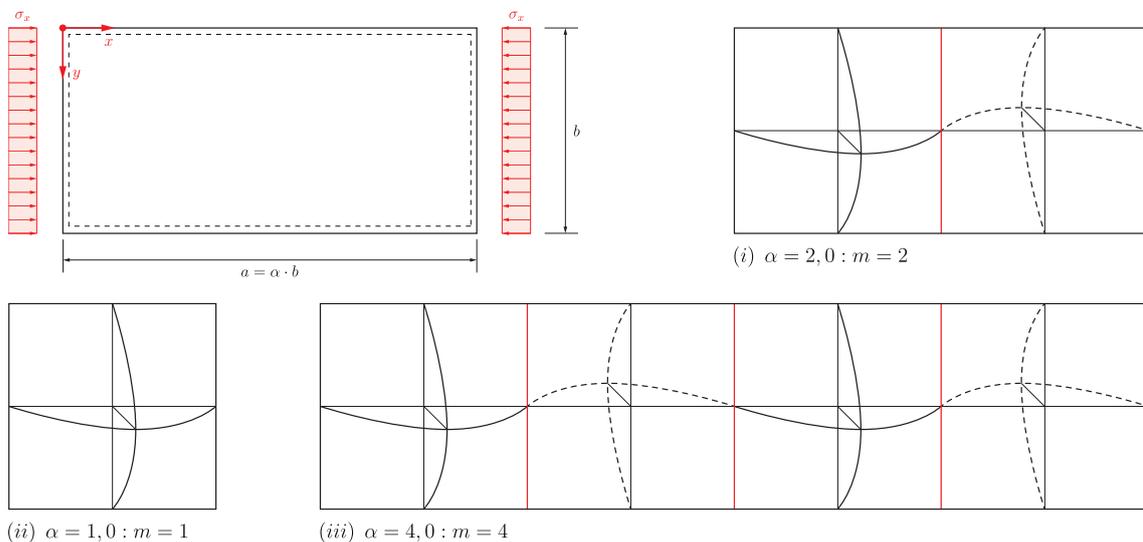
### Querschnittswerte von Steifen

Die Anbringung der Steifen erfolgt durch einseitiges Anschweißen an die beulgefährdete Platte. Dabei werden gemäß DIN 18800-3 [10] für ausgesteifte Felder folgende Querschnitts- und Systemgrößen gebraucht:

$I$	: Flächenmoment 2 Grades
$A$	: Querschnittsfläche der Steifen ohne wirksame Plattenteile
$\gamma = 12 \cdot (1 - \mu^2) \cdot \frac{I}{b_G \cdot t^3}$	: bezogenes Flächenmoment 2 Grades
$\delta = \frac{A}{b_G \cdot t}$	: bezogene Querschnittsfläche
$b_G$	: gesamte Breite des Beulfeldes

### Steifenanordnung

Die Anordnung der Steifen hängt im Wesentlichen vom Beulverhalten der unausgesteiften Platte ab. Dabei ist die Anordnung der Steifen am effektivsten im Bereich der größten Amplitude der Beulfläche und weniger effektiv im Bereich der Knotenlinien. Die Knotenlinien sind dabei die Bereiche der Beulfläche an der die Verschiebung  $w(x,y) = 0$  ist.



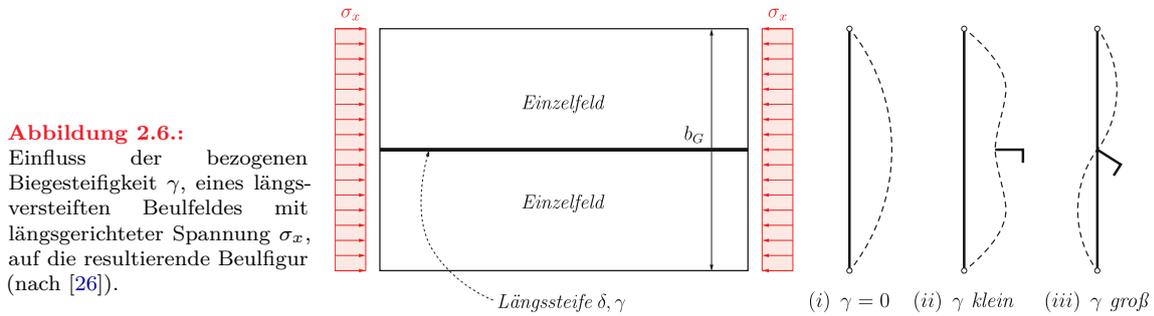
**Abbildung 2.5.:** Beulflächen von Beulfeldern mit den Seitenverhältnissen  $\alpha = 1, 2$ , und  $4$  bei konstanter Längsspannung  $\sigma_x$  (nach [26]). Des Weiteren sind die Knotenlinien (—) dargestellt.

In Abb. 2.5 sind Beulflächen mit unterschiedlichen Seitenverhältnissen abgebildet. In der Abbildung ist die Anzahl der Halbwellen in Abhängigkeit des Seitenverhältnisses zu sehen. Außerdem ist die Position der Knotenlinien gekennzeichnet. Zu sehen ist, dass die Anbringung der Steifen im Bereich der Knotenlinien weniger sinnvoll zu sein scheint.

Sinnvoller ist die Anbringung der Steife in Längsrichtung und in Feldmitte (der Plattenbreite  $b$ ).

### Beulwerte für ausgesteifte beulfelder

In Abb. 2.6 ist der Einfluss der Biegesteifigkeit der Längssteifen zu sehen. Ist die bezogene Steifigkeit  $\gamma$  der Steife klein (siehe Abb. 2.6 (ii)), verhindert es ein wenig die Verformung des Beulfeldes. Die Beulform weist dann eine symmetrische Form auf. Wird die Mindeststeifigkeit  $\gamma^*$  erreicht, ändert sich die Verformung in die antisymmetrische Form. Zu erkennen ist, dass eine Steigerung der Biegesteifigkeit über der Mindeststeifigkeit keine zusätzliche Versteifung der Platte erzeugt (siehe Abb. 2.6 (iii)).



Die idealen Beulwerte können aus Finite Elemente Berechnungen entnommen werden. Alternativ können bei ausgesteiften Beulfeldern für Handrechnungen die Beulwerttafeln nach KLÖPPEL/SCHEER [27] und KLÖPPEL/MÖLLER [28] verwendet werden. Bei der Verwendung der Tafeln wird die Annahme getroffen, dass es sich um ein ideal-ebenes Blech mit mittig in der Druckzone angeordneten Steifen handelt. Außerdem wird die Torsionssteifigkeit der Steifen vernachlässigt [31]. Die Beulwerte können hierbei anhand des Seitenverhältnisses  $\alpha$ , der bezogenen Steifigkeit  $\gamma$  und der bezogenen Querschnittsfläche  $\delta$  abgelesen werden.

### Biaxiale Drucknormalspannung

Bislang wurde das Beulverhalten für die einseitige (*uniaxiale*) Beanspruchung aufgezeigt. Für den *biaxialen* Fall wurde die Differentialgleichung (Gl. 2.1) von BETTEN UND SHIN [2] für den Fall einer allseitig gelenkig gelagerten, *nicht ausgesteiften* Rechteckplatte in Abhängigkeit des Verhältnisses der Quer- und Längsspannungen und der Anzahl der Halbwellen in  $x$ - und  $y$ -Richtung gelöst:

$$k_\sigma = \left( \frac{m^2}{\alpha^2} + n^2 \right)^2 \cdot \left( \frac{m^2}{\alpha^2} + n^2 \cdot \beta \right)^{-1} \quad (2.7)$$

mit dem Verhältnis aus Quer- und Längsspannung:

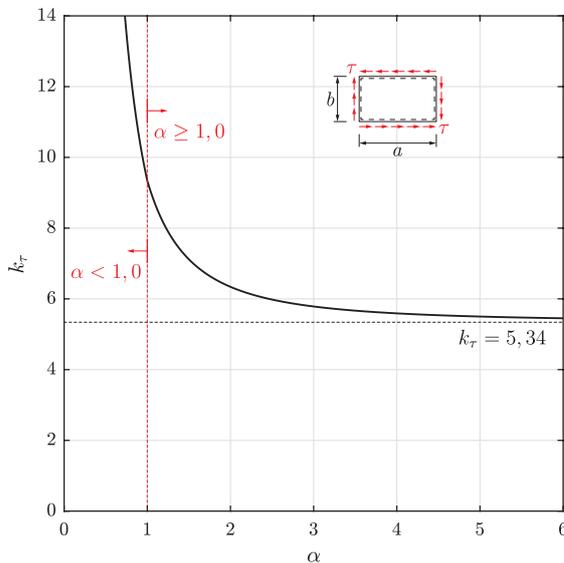
$$\beta = \frac{\sigma_z}{\sigma_x} \quad (2.8)$$

## Schubspannungen

Schubspannungen ( $\tau$ ) können wie die Drucknormalspannungen ( $\sigma_x$  und  $\sigma_z$ ) auch zum Plattenbeulen führen [26]. Die Beulform infolge Schubspannungen weist eine Ausprägung in diagonaler Richtung (siehe Abb. 2.1 auf S. 5). Die Beulform kann, im Vergleich zu den Drucknormalspannungen, nicht durch einfache Ansätze gelöst werden. Die Ermittlung des Beulwertes  $k_\tau$  kann genähert und abschnittsweise beschrieben werden durch:

$$k_\tau = \begin{cases} 4 + \frac{5,34}{\alpha^2} & \text{für } \alpha < 1,0 \\ 5,34 + \frac{4}{\alpha^2} & \text{für } \alpha \geq 1,0 \end{cases} \quad (2.9)$$

Mit zunehmendem Seitenverhältnis  $\alpha$  konvergiert die Gleichung gegen den Grenzwert von  $k_\tau = 5,34$  [25] (siehe Abb. 2.7).



**Abbildung 2.7.:**

Verlauf der Beulwerte (—)  $k_\tau$  für Schubbelastung in Abhängigkeit des Seitenverhältnisses  $\alpha$ . Markiert ist der Übergang (---) der Abschnittweisen Funktion.

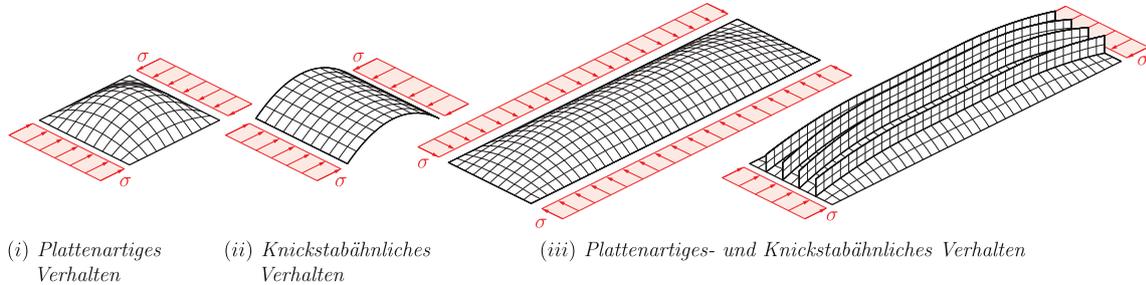
## Überkritisches Tragverhalten

Bei einem Knickstab versagt der Stab, ehe die Verzweigungslast  $N_{cr}$  erreicht wird. Bei druckbeanspruchten Platten zeigt sich das Beulversagen erst deutlich über der kritischen Spannung  $\sigma_{cr}$ . Man spricht bei Platten daher von *überkritischen Tragreserven*.

## Knickstabähnliches Verhalten

Bei knickstabähnlichem Verhalten weist die Platte keine doppelte Krümmung des Beulfeldes auf. Diese treten bei Platten ohne Lagerung in der nicht beanspruchten Richtung

oder bei unausgesteiften Platten mit großem<sup>1</sup> Seitenverhältnis ( $\alpha > 1$ ) (siehe Abb. 2.8 (ii) und (iii.links)).



**Abbildung 2.8.:** Darstellung möglicher Fälle von knickstabähnlichem Verhalten ((ii) und (iii)). In (ii) ist knickstabähnliches Verhalten infolge gelöster Lagerungen der nichtbelasteten Ränder dargestellt. (iii) zeigt zum einen knickstabähnliches Verhalten infolge eines großen Seitenverhältnisses  $\alpha$  und quergerichteter Spannungen, zum anderen infolge längsgerichteter Spannungen eines längsausgesteiften Feldes. In (i) ist zum Vergleich plattenartiges Verhalten dargestellt (nach [26]).

Unter Umständen kann es bei ausgesteiften Blechfeldern mit großem Seitenverhältnis  $\alpha$  zu knickstabähnlichem Verhalten kommen (siehe Abb. 2.8 (iii.rechts)). In der Realität sind Platten allseitig gelagert und weisen eine Beulform zwischen doppelter und einfacher Krümmung auf. Daher wird für die anschließende Ermittlung des Abminderungsfaktors zwischen beiden Formen interpoliert. Die kritische Knickspannung  $\sigma_{cr,c}$  ermittelt sich wie folgt:

$$\sigma_{cr,c} = \frac{E \cdot \pi^2}{12 \cdot (1 - \mu^2)} \cdot \left(\frac{t}{a}\right)^2 \quad (2.10)$$

mit:

$a$  : Länge der nichtbelasteten Seite

Variiert die Größe der Spannungen an beiden Rändern, so ist gemäß prEN 1993-1-5 Abschn. 6.4.2(5) [15] zunächst die modifizierte Beullänge zu ermitteln:

$$a_{cr} = a \sqrt{\frac{1 + 0,88 \frac{N_1}{N_2}}{1,88}} \quad \text{mit} \quad \frac{N_1}{N_2} \leq 1,0 \quad (2.11)$$

$N_1$  und  $N_2$  sind dabei die resultierenden Kräfte der Spannungen beider Ränder. Dabei ist  $a$  durch  $a_{cr}$  in Gl. 2.10 zu ersetzen.

1 Bemerkung: In der Literatur bezeichnet  $b$  die belastete Seitenlänge. Somit kann gemäß dieser Konvention, knickstabähnliches Verhalten bei  $\alpha < 1,0$  auftreten. In der vorliegenden Arbeit halten wir uns jedoch an die eingangs definierten Seitenbenennungen und  $b$  bezeichnet infolgedessen die Länge des *unbelasteten* Randes.

## 2.2. Beulsicherheitsnachweis nach prEN 1993-1-5

### 2.2.1. Allgemeines

In diesem Kapitel werden drei Methoden genannt, die im prEN 1993-1-5 [15] und prEN 1993-1-14 [14] als grundlegende Nachweiskonzepte aufgeführt sind. Diese sind:

- Methode der wirksamen Breiten (MWB) (nach prEN 1993-1-5 Abschnitte 6 bis 9)
- Methode der reduzierten Spannungen (MRS) (nach prEN 1993-1-5 Abschnitt 12 und Anhang (B))
- Berechnung mit der Finiten Elemente Methode (FEM) (nach prEN 1993-1-14)

Im Rahmen dieser Arbeit werden lediglich auf die *Methode der reduzierten Spannungen* und in vereinzelt Punkten auf die *Berechnung mit der Finiten Elemente Methode* eingegangen. Vor allem wird im Detail die biaxiale Beanspruchung eines längsversteiften Beulfeldes besprochen. Grundlage ist die Arbeit „Untersuchungen zum Beulnachweis nach DIN EN 1993-1-5“ [33], die unter anderem Beispiele untersucht und dabei Empfehlungen zur Anwendung der o.g. Methoden erarbeitet hat.

### 2.2.2. Methode der reduzierten Spannungen

Die Methode der reduzierten Spannungen kann sowohl für ausgesteifte als auch unausgesteifte Beulfelder zur Ermittlung der Grenzspannung herangezogen werden [52]. Das Hauptaugenmerk dieses Abschnittes liegt jedoch neben der Erläuterung der Methode, vor allem auf deren korrekten Anwendung bei biaxialer Beanspruchung eines längsversteiften Beulfeldes.

In der Methode der reduzierten Spannungen werden, wie der Name andeutet, die Spannungen im Blech begrenzt und der Nachweis in einer Art *von-Mises-Vergleichsspannung* geführt [30]. Die Methode gilt als Verbesserung der Nachweise des DAST Ri012 [50] bzw. des DIN 18800-3 [33].

In Abb. 2.9 ist die Anwendung des MRS darstellt anhand eines Flussdiagramms dargestellt. Generell lässt sich das Nachweiskonzept in folgende Schritte unterteilen:

- Nachweis des Einzelfeldes und des Gesamtfeldes
- Berechnung der globalen Beulslankheit  $\bar{\lambda}_p$
- Ermittlung des Abminderungsfaktors für Längsspannung (x-Richtung)  $\rho_{c,x}$
- Ermittlung des Abminderungsfaktors für Querspannung (z-Richtung)  $\rho_{c,z}$
- Ermittlung des Abminderungsfaktors für Schubspannung  $\chi_w$
- Interaktionsnachweis
- Nachweis der Längssteife

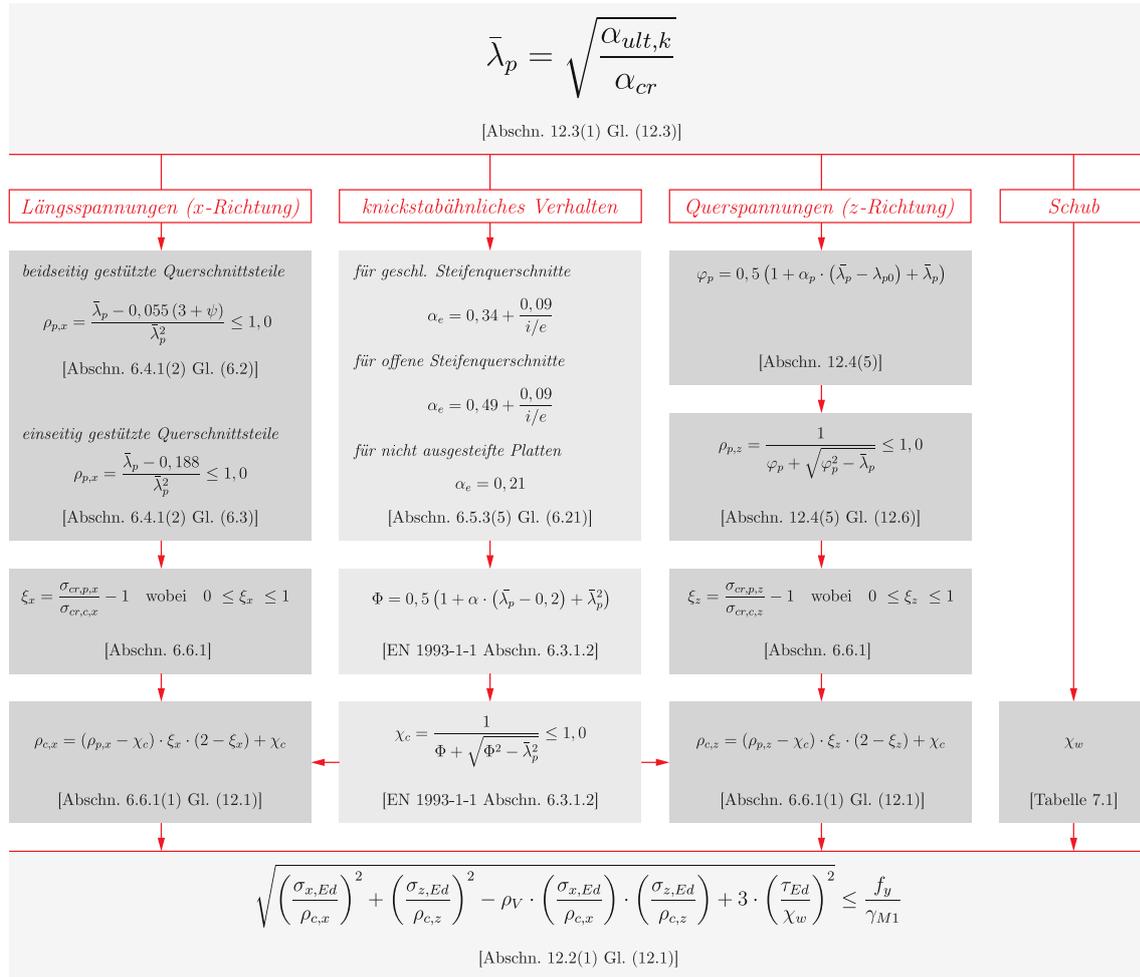


Abbildung 2.9.: Flussdiagramm zur Anwendung der Methode der reduzierten Spannungen (MRS) (nach [15]).

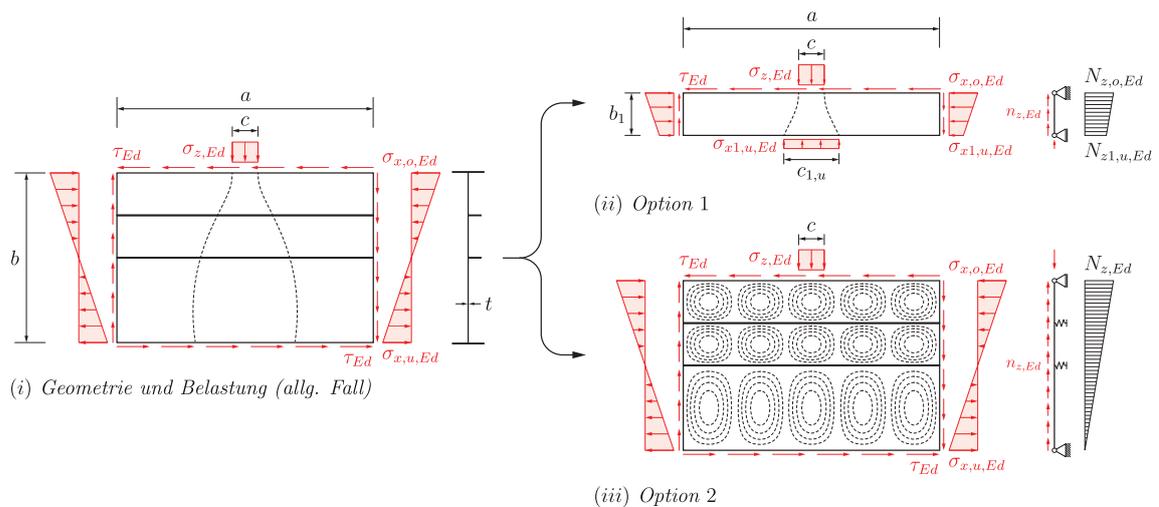
### Nachweis des Einzelfeldes und des Gesamtfeldes

Im Falle eines ausgesteiften Beulfeldes empfiehlt das BASt Heft 140 [33] zunächst den Nachweis der *nicht* ausgesteiften Einzelfelder und anschließend der Gesamtfeldnachweis inklusive der aussteifenden Elemente.

**Einzelfeldnachweis** In [33] werden für den Einzelfeldnachweis zwei Optionen aufgezeigt. Die *erste Option* besteht darin die Einzelfelder mit den entsprechenden Beanspruchungen aus dem Gesamtfeld herauszuschneiden. Dabei werden die Felder durch die Steifen bzw. Querrahmen begrenzt. Außerdem wird von einer allseitig *Navierschen*, also gelenkigen Lagerung ausgegangen (siehe Abb. 2.10 (i)). Diese Option erlaubt die Nachweisführung ohne Anwendung einer FE-Berechnung [33].

Die *zweite Option* des Einzelfeldnachweises wird am Gesamtsystem vorgenommen (siehe Abb. 2.10 (ii)). Dabei wird die Nachgiebigkeit der Steifen durch eine Ersatzfedersteifigkeit

an einem stabförmigen Ersatzsystem repräsentiert. Im Gegensatz zur ersten Option wird die Durchlaufwirkung der Einzelfelder berücksichtigt. Jedoch ist darauf zu achten, die Eigenformen, die lokale Beulen wiedergeben, zu wählen. Außerdem ist bei Berücksichtigung von knickstabähnlichen Verhalten, größere Imperfektionen in Form der Knickspannungslinie  $b$  ( $\alpha = 0,34$ ) bei geschlossenen Steifenquerschnitten und KSL  $c$  ( $\alpha = 0,49$ ) für offene Steifenquerschnitte, anzusetzen. Der Anteil  $0,09 \cdot e/i$ , der die Exzentrizität der Steifen zu dem Blech beschreibt, wird hier unberücksichtigt gelassen, da es sich um ein Einzelfeldnachweis handelt.



**Abbildung 2.10.:** Darstellung zweier Optionen zur Durchführung von Einzelfeld-Nachweisen (nach [33]). *Option 1 (ii)* zeigt das isoliert zu betrachtende Einzelfeld. In *Option 2 (iii)* ist der Einzelfeldnachweis am Gesamtfeld durchzuführen. In (iii) sind die Eigenformen zu wählen, die lokale Beulen hervorrufen, weshalb in der Abbildung lokale Beulformen (---) angedeutet sind (weitere Erläuterung sind im Text).

Bei knickstabähnlichem Verhalten ist auch darauf zu achten, dass die Längsränder freigesetzt werden, jedoch nicht die Steifen. Laut [33] führt ein komplettes Freisetzen der Ränder zu unsicheren Ergebnissen, da die Längssteifen keinerlei Wirkung auf die kritische Knickspannung aufweisen, was in Wirklichkeit nicht der Fall ist. Das komplette Freisetzen der Ränder führt zu einem Unterschätzen der kritischen Knickspannung  $\sigma_{cr,c}$  und korrespondierend dazu, zu einer Überschätzung des Wichtungsfaktors  $\xi$  (Gl. 2.23) und somit der Tragfähigkeit der Platte.

*Gesamtfeldnachweis* Nach prEn 1993-1-5 Anhang A.3 [15] wird die Berechnung einer äquivalenten orthotropen Platte durchgeführt, wenn drei Steifen desselben Typs vorhanden sind. Alternativ kann dies auch mittels FE-Berechnung erfolgen, wobei darauf zu achten ist, dass die erste maßgebende globale Eigenform zu wählen ist, wenn Einzelfeldbeulen nicht auszuschließen ist. Des Weiteren empfiehlt der prEn 1993-1-5 Anhang A.4 [15] bei Platten mit ein oder zwei Steifen im Druckbereich (ohne Querdruck) eine geeignete Berechnungsmethode. Bei Berücksichtigung von knickstabähnlichem Verhalten müssen in Abhängigkeit des Steifentyps (offene oder geschlossene Steifen), die Knickspannungslinien  $b$  oder  $c$  verwendet werden. Des Weiteren ist bei geschlossenen Steifen der Anteil  $0,09 \cdot e/i$  zu beachten [33].

Berechnung der globalen Beulschlankheit  $\bar{\lambda}_p$

Zur Ermittlung der Reduktionsfaktoren ist zunächst die Bestimmung einer *globalen* Beulschlankheit  $\bar{\lambda}_p$  des Gesamtspannungsfeldes notwendig.

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{\alpha_{ult,k}}{\alpha_{cr}}} \quad (2.12)$$

Der Beulschlankheitsgrad setzt sich zusammen aus dem Vergößerungsfaktor  $\alpha_{ult,k}$  und dem Verzweigungslastfaktor  $\alpha_{cr}$ . Bei dem Vergößerungsfaktor  $\alpha_{ult,k}$  handelt es sich um den Faktor der Spannungsausnutzung. Hierfür wird die Vergleichsspannungshypothese nach VON MISES verwendet.

$$\frac{1}{\alpha_{ult,k}} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{x,Ed}}{f_y}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{z,Ed}}{f_y}\right)^2 - \left(\frac{\sigma_{x,Ed}}{f_y}\right) \cdot \left(\frac{\sigma_{z,Ed}}{f_y}\right) + 3 \cdot \left(\frac{\tau_{Ed}}{f_y}\right)^2} \quad (2.13)$$

Beim Verzweigungslastfaktor  $\alpha_{cr}$  handelt es sich um den Laststeigerungsfaktor der Bemessungslasten bis zum Erreichen der kritischen Beulspannung  $\sigma_{cr}$  [22] und ist wie folgt zu ermitteln:

$$\frac{1}{\alpha_{cr}} = \frac{1 + \psi_x}{4 \cdot \alpha_{cr,x}} + \frac{1 + \psi_z}{4 \cdot \alpha_{cr,z}} + \sqrt{\left(\frac{1 + \psi_x}{4 \cdot \alpha_{cr,x}} + \frac{1 + \psi_z}{4 \cdot \alpha_{cr,z}}\right)^2 + \frac{1 - \psi_x}{2 \cdot \alpha_{cr,x}^2} + \frac{1 - \psi_z}{2 \cdot \alpha_{cr,z}^2} + \frac{1}{\alpha_{cr,\tau}^2}} \quad (2.14)$$

mit:

$$\alpha_{cr,i} = \frac{\sigma_{cr,i}}{\sigma_{i,Ed}} \quad \text{mit } i = x, y, z$$

wobei:

$\psi_i$  : Randspannungsverhältnisse bei linearem Spannungsverlauf

$\alpha_{cr,i}$  : Laststeigerungsfaktor der jeweiligen Lastkomponente

$\alpha_{cr}$  Faktor kann auch gemäß prEN 1993-1-5 [15] auch mittels spezieller Software, wie beispielsweise EBPlate [4], ermittelt werden.

Ermittlung des Abminderungsfaktors  $\rho_{c,x}$  für die Längsspannung

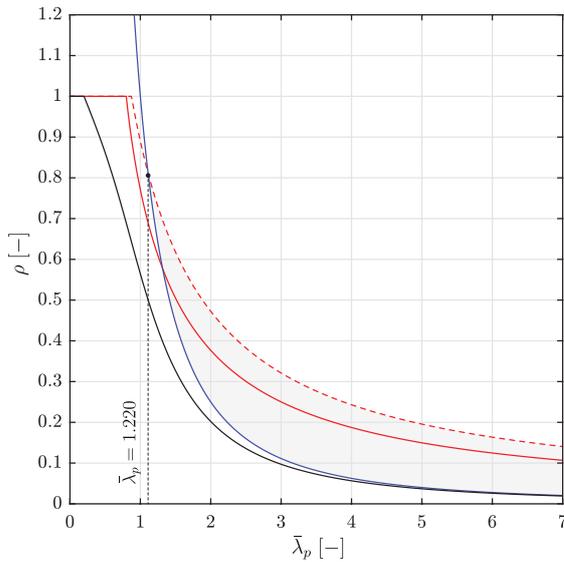
*Abminderung durch Beulen* In prEN 1993-1-5 als auch DIN EN 1993-1-1 kommt die sogenannte *Winterkurve* zur Ermittlung der Reduktionsfaktoren zum Einsatz. Abb. 2.11 zeigt den Vergleich zwischen der *Eulerhyperbel* und der *Winterkurve*, die in den Bereichen von  $\bar{\lambda}_p \geq 1,220$  zusätzliche Tragreserven erlaubt, und somit wirtschaftlicher ist.

Der Abminderungsfaktor in Abhängigkeit der globalen Beulschlankheit  $\bar{\lambda}_p$  und des Randspannungsverhältnisses  $\psi$  lautet:

$$\rho_{p,x} = 1,0 \quad \text{für} \quad \bar{\lambda}_p \leq 0,5 + \sqrt{0,085 - 0,055 \psi} \quad (2.15)$$

$$\rho_{p,x} = \frac{\bar{\lambda}_p - 0,055(3 + \psi)}{\bar{\lambda}_p^2} \quad \text{für} \quad \bar{\lambda}_p > 0,5 + \sqrt{0,085 - 0,055 \psi} \quad (2.16)$$

Im Falle eines Abminderungsfaktors von  $\rho = 1,0$  tritt kein Beulen auf. Die Tragfähigkeit der Platte ist allein durch Streckgrenze  $f_y$  bestimmt.



**Abbildung 2.11.:**

Dargestellt sind: Die Eulerhyperbel (—), die Winterkurve (---), die Abminderungskurve nach prEN 1993-1-5 Abschn. 12.4(5) mit  $\bar{\lambda}_p = 0,8$  (—) und die Abminderungskurve  $\chi_c(\bar{\lambda}_p)$  nach DIN EN 1993-1-1 Abschn. 6.3.1.2 mit  $\alpha_{e,max} = 0,4563$  eines geschlossenen Steifenquerschnitts. (—).

Die graue Fläche zeigt die überkritischen Trageserven in den Bereichen  $\bar{\lambda}_p \geq 1,220$ , die die Anwendung der Winterkurve im Vergleich zur Eulerhyperbel besitzt. Die Gerade (---) zeigt den Schnittpunkt der genannten Kurven.

*Abminderung durch Knicken* Bei knickstabähnlichem Verhalten eines ausgesteiften Beulfeldes kommt der Abminderungsfaktor  $\chi_c$  zum Einsatz [30]. Er ermittelt sich analog zu einem normalen Knickstab:

$$\Phi = 0,5 (1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda}_p - 0,2) + \bar{\lambda}_p^2) \quad (2.17)$$

$$\chi_c = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}_p^2}} \leq 1,0 \quad (2.18)$$

Der einzige Unterschied liegt in der Wahl des Imperfektionsbeiwertes  $\alpha$ . Bei Einzelfeldbeulen eines unausgesteiften Beulfeldes lautet es:  $\alpha = 0,21$  und entspricht der Knickspannungslinie a (KSL) eines Knickstabes. Genauso verhält es sich beim Nachweis des Einzelfeldes am Gesamtfeld eines ausgesteiften Beulfeldes:

$$\alpha = 0,34 \quad (\text{KSL b}) \quad \text{für geschlossene Steifenquerschnitte und}$$

$$\alpha = 0,49 \quad (\text{KSL c}) \quad \text{für offene Steifenquerschnitte}$$

Beim Gesamtfeldbeulen muss der Umstand berücksichtigt werden, dass beim Anschweißen der Steifen größere Imperfektionen zu erwarten sind, als es die Knickspannungslinien von Stäben berücksichtigen [30]. Die folglich größeren Imperfektionsbeiwerte werden mit  $\alpha_e$  bezeichnet und ermitteln sich wie folgt:

$$\alpha_e = 0,34 + \frac{0,09}{i/e} \quad (\text{KSL b}) \text{ für geschlossene Steifenquerschnitte und}$$

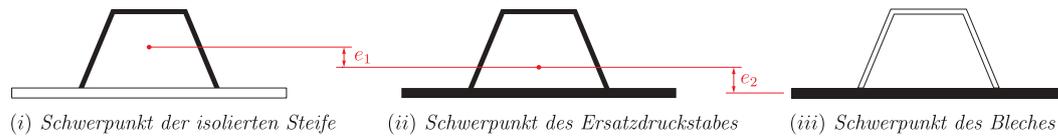
$$\alpha_e = 0,49 + \frac{0,09}{i/e} \quad (\text{KSL c}) \text{ für offene Steifenquerschnitte}$$

mit:

$$i = \sqrt{\frac{I_{sl,1}}{A_{sl,1}}} \quad (2.19)$$

$$e = \max \{e_1, e_2\} \quad (2.20)$$

Die meist einseitige Anbringung der Steifen führt zu einer Exzentrizität zwischen Steife und Blech, die im Faktor  $i/e$  berücksichtigt wird (siehe Abb. 2.12) [30].



**Abbildung 2.12.:** Definition der Exzentrizitäten  $e_1$  und  $e_2$  in Gl. 2.20 (nach [30]).

*Interaktion zwischen plattenartigem und knickstabähnlichem Verhalten* In den vorherigen Abschnitten wurden die Abminderungsfaktoren für das plattenartige und knickstabähnliche Verhalten erläutert.

Der Übergang vom plattenartigen zum knickstabähnlichen Verhalten wird durch die Interpolation beider Abminderungsfaktoren erreicht:

$$\rho_c = \chi_c + (\rho_p - \chi_c) \cdot f \quad (2.21)$$

$f$  ist dabei die Interpolationsfunktion nach prEN 1993-1-5 [15]:

$$f = \xi \cdot (2 - \xi) \quad (2.22)$$

und  $\xi_x$  bezeichnet den Wichtungsfaktor:

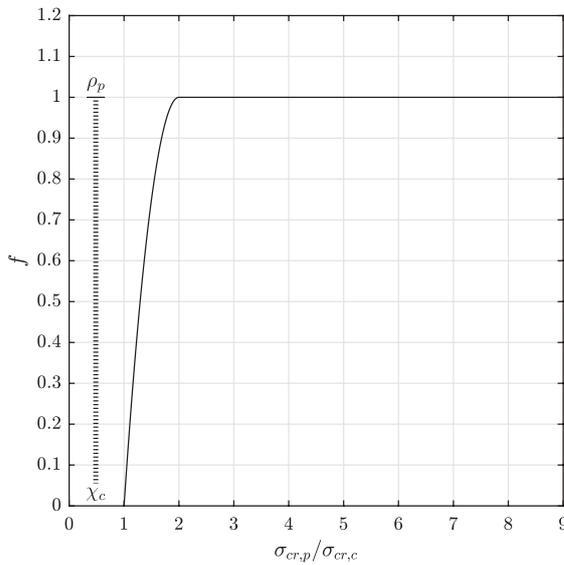
$$\xi_x = \frac{\sigma_{cr,p}}{\sigma_{cr,c}} - 1 \quad \text{wobei} \quad 0 \leq \xi_x \leq 1 \quad (2.23)$$

mit:

$$\sigma_{cr,p} = k_\sigma \cdot \sigma_E \quad \text{elastische kritische Beulspannung} \quad (2.24)$$

$$\sigma_{cr,c} = \frac{E \cdot \pi^2}{12 \cdot (1 - \mu^2)} \cdot \left(\frac{t}{a}\right)^2 \quad \text{elastische kritische Knickspannung} \quad (2.25)$$

Der *Interpolations-* bzw. *Wichtungsfaktor*  $\xi$  berücksichtigt, dass im Falle eines großen Verhältnisses von  $\sigma_{cr,p}/\sigma_{cr,c}$  eher Plattenbeulen auftritt und bei einem Verhältnis  $\sigma_{cr,p}/\sigma_{cr,c}$ , das gegen 1,0 läuft, eher Knicken. Die korrespondierenden Werte der genannten Verhältnisse wären  $\rho_c \approx \rho_p$  für Plattenbeulen und  $\rho_c \approx \xi_c$  für Knicken (siehe Abb. 2.13) [22].



**Abbildung 2.13.:**

Dargestellt ist die Interpolationsfunktion nach prEN 1993-1-5. Markiert ist außerdem der Interpolationsbereich zwischen knickstabähnlichen Verhalten ( $\chi_c$ ) bei  $f = 0$  und plattenartigen Verhalten ( $\rho_p$ ) bei  $f = 1,0$ .

### Ermittlung des Abminderungsfaktors $\rho_{c,z}$ für die Querspannung

*Abminderung durch Beulen* Bei der Querbeanspruchung wird die Abminderungskurve nach prEN 1993-1-5 Abschn. 12.4(5) [15] angewandt:

$$\varphi_p = 0,5 \left( 1 + \alpha_p \cdot (\bar{\lambda}_p - \lambda_{p0}) + \bar{\lambda}_p \right) \quad (2.26)$$

$$\rho_{p,z} = \frac{1}{\varphi_p + \sqrt{\varphi_p^2 - \bar{\lambda}_p}} \quad (2.27)$$

*Abminderung durch Knicken* Der Abminderungsfaktor  $\chi_c$  ermittelt sich bei Querbeanspruchung analog zu dem Fall der Längsbeanspruchung (vgl. Abschn. 2.2.2). Für den Fall des Gesamtfeldbeulens kann die zusätzliche Abminderung durch die Exzentrizität zwischen

Steife und Blech (siehe Abb. 2.12) entfallen, da Längssteifen bei Querbeanspruchung

nicht in der betrachteten Richtung verlaufen.

### Ermittlung des Abminderungsfaktors $\chi_w$ für Schubspannung

Gemäß prEN 1993-1-5 Abschnitt 5 [15] gibt es zwei Abminderungskurven für Schubbeanspruchung. Welche der beiden Kurven anzuwenden ist, hängt davon ab, ob es sich bei Steifen um starre oder verformbare Auflagersteifen handelt.

Bei der *Methode der reduzierten Spannungen* wird die globale Beulschlankheit  $\bar{\lambda}_p = \bar{\lambda}_w$  bei der Ermittlung des Abminderungsfaktors  $\chi_w$  gebraucht:

Starre Auflagersteifen:

$$\chi_w = \begin{cases} \eta & \text{für } \bar{\lambda}_w < \frac{0,83}{\eta} \\ \frac{0,83}{\bar{\lambda}_w} & \text{für } \frac{0,83}{\eta} \leq \bar{\lambda}_w < \frac{0,83}{\eta} \\ \frac{1,37}{0,7 + \bar{\lambda}_w} & \text{für } 1,08 \leq \bar{\lambda}_w \end{cases}$$

Verformbare Auflagersteife:

$$\chi_w = \begin{cases} \eta & \text{für } \bar{\lambda}_w < \frac{0,83}{\eta} \\ \frac{0,83}{\bar{\lambda}_w} & \text{für } \bar{\lambda}_w \geq \frac{0,83}{\eta} \end{cases}$$

$$\text{mit: } \eta = \begin{cases} 1,2 & \text{für } f_y \leq 460 \text{ N/mm}^2 \\ 1,0 & \text{für } f_y > 460 \text{ N/mm}^2 \end{cases}$$

$\eta$  ist dabei die Plateaulänge der Abminderungskurve und ist abhängig von der Stahlsorte.

### Interaktionsnachweis

Der Nachweis nach der Methode der reduzierten Spannungen ermittelt sich wie folgt:

$$\sqrt{\left(\frac{\sigma_{x,Ed}}{\rho_{c,x}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{z,Ed}}{\rho_{c,z}}\right)^2 - \rho_V \cdot \left(\frac{\sigma_{x,Ed}}{\rho_{c,x}}\right) \cdot \left(\frac{\sigma_{z,Ed}}{\rho_{c,z}}\right) + 3 \cdot \left(\frac{\tau_{Ed}}{\chi_w}\right)^2} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M1}} \quad (2.28)$$

$$\text{mit: } V = \begin{cases} \rho_x \cdot \rho_z & \text{bei biaxialem Druck} \\ 1,0 & \text{in allen anderen Fällen} \end{cases}$$

Es ist zu erkennen, dass der Nachweis der Vergleichsspannungshypothese nach VON MISES entlehnt ist. Der  $V$ -Faktor berücksichtigt in diesem Fall den Einfluss des biaxialen Drucks im Falle schlanker Volumenelemente. Denn gemäß VON MISES Vergleichsspannung hat der biaxiale Druck einen positiven Einfluss, was bei gedrunenen Volumenelementen der Fall ist. Im Falle schlanker Volumenelemente, wie es Beulfelder sind, nimmt bei biaxialem Druck die Beulgefährdung jedoch zu, weswegen der Einfluss des *dritten Terms* verringert werden soll [30].

## Nachweis der Längssteife

Der Nachweis der Längssteife wird in dieser Arbeit gesondert in Kapitel 2.5 anhand zweier Nachweismethoden vorgestellt. Die erste ist ein Vorschlag aus der Dissertation von SEITZ [51], die zweite ist einem Vorschlag aus dem BAST-Heft B140 [33] entnommen.

Die Notwendigkeit eines Längssteifen-Nachweises ergibt sich aus der Tatsache, dass der Gesamtfeldnachweis nach Gl. (12.1) des prEN 1993-1-5 [15] (siehe Gl. 2.28 in der vorliegenden Arbeit) noch nicht hinreichend durch Versuche abgedeckt ist.

## 2.3. Interpolation aus knickstabähnlichen und plattenartigen Verhalten

Die Interpolation zwischen knickstabähnlichem und plattenartigen Verhalten, wie es in prEN 1993-1-5 Gl. 6.22 [15] vorliegt und in den Gl. 2.21 und 2.22 gezeigt wurde, deckt zurzeit nicht die Situation längsausgesteifter Beulfelder unter biaxialer Druckbelastung ab. Daher gibt es Bemühungen, Abwandlungen der Interpolationsfunktion  $f$  zu finden, die die besagte Situation abdecken.

Nachfolgend sind einige dieser Untersuchungen aufgezeigt.

### 2.3.1. Interpolationsfunktion für beidseitige quergerichtete Druckbelastung (nach Seitz)

In seiner Dissertation vergleicht SEITZ [51] die Interpolationsfunktionen gemäß DIN EN 1993-1-5 [13] und der älteren DIN 18800-3 [10] und bewertet dabei die bestehenden Regelungen mit numerisch ermittelten Traglasten nach GMNIA [25]. Dabei untersucht er *nicht ausgesteifte* Beulfelder und zeigt, dass die kritische Beulspannung  $\sigma_{cr,p}$  beider Normen auf die Verwendung der Winterkurve basieren. Der Unterschied beider liegt in der Interpolationsfunktion  $f$  und der Ermittlung der kritischen Knickspannung  $\sigma_{cr,c}$ . Des Weiteren zeigt er, dass die Interpolationsformel nach DIN 18800-3 für größere Schlankheiten ( $\bar{\lambda}_p > 1,22$ ) „auf deutlich konservativere Ergebnisse führen“ [51]. Basierend auf den numerischen Werten entwickelte er einen Ansatz zur Ermittlung einer neuen Interpolationsformel:

$$f = A \cdot \ln \left( \frac{\sigma_{cr,p}}{\sigma_{cr,c}} \right)^B \quad (2.29)$$

Die Parameter  $A$  und  $B$  ermittelte SEITZ mithilfe der *Methode der kleinsten Fehlerquadrate* [51]. Dabei untersuchte er in seiner Studie die einseitig und beidseitig quergerichtete Belastung mit einer *Variation* der Lasteinleitungslänge ( $0,1 \cdot b \leq c \leq a$ ). Für den Fall zweiseitig quergerichteter Belastung gilt:

$$f = 0,95 \cdot \bar{\lambda}_p^{-0,45} \cdot \ln \left( \frac{\sigma_{cr,p}}{\sigma_{cr,c}} \right)^{-0,15 \cdot \bar{\lambda}_p^2 + 0,75 \cdot \bar{\lambda}_p - 0,025} \leq 1,0 \quad (2.30)$$

Vereinfachend schlägt er den Einsatz folgender Formel vor:

$$f = \bar{\lambda}_p^{-0,5} \cdot \ln \left( \frac{\sigma_{cr,p}}{\sigma_{cr,c}} \right)^{0,9} \leq 1,0 \quad (2.31)$$

Wobei diese Vereinfachung die „*Interpolationsfaktoren um maximal +12% bzw. –36% über- bzw. unterschätzt*“ [51]. Für die einseitig querverrichtete Belastung gilt:

$$f = (-0,05 \cdot \bar{\lambda}_p + 1,15) \cdot \ln \left( \frac{\sigma_{cr,p}}{\sigma_{cr,c}} \right)^{-0,13 \cdot \bar{\lambda}_p + 1,1} \leq 1,0 \quad (2.32)$$

Oder vereinfachend:

$$f = \ln \left( \frac{\sigma_{cr,p}}{\sigma_{cr,c}} \right)^{0,9} \leq 1,0 \quad (2.33)$$

Auch hier werden die Interpolationsfaktoren infolge der Vereinfachung „*um bis zu 20% unterschätzt, wobei die Werte im Mittel um ca. 10% unterschätzt werden*“ [51].

Seinerseits verglich ZIZZA [56] die Interpolationsformel nach SEITZ [51] für längsversteifte Beulfelder mit numerisch ermittelten Traglasten nach GMNIA. ZIZZA schlägt vor, neben dem  $V$ -Faktor des Interaktionsnachweises die Interpolationsformel nach SEITZ zu verwenden. Des Weiteren sieht er eine Überschätzung der Tragfähigkeit bei großer Querbeltung und schlägt daher die Neujustierung der Interpolationsfunktion [25, 56].

Die Verläufe beider Interpolationsfunktionen sind in Abb. 2.14 (S. 22) dargestellt.

### 2.3.2. Interpolationsfunktion für längsgerichtete Druckbelastung (nach Kövesdi et al.)

In [29] kommen KÖVESDI ET AL. zum Schluss, dass es in der Realität ganz selten zu reinem knickstabähnlichem oder reinem plattenartigen Verhalten kommt und dass es in den meisten Fällen zur Interaktion beider kommt. Weiterhin wird erwähnt, dass reale Konstruktionen entlang ihres Längsrandes gelagert sind und es daher nicht zu reinem knickstabähnlichem Verhalten kommen kann.

Jedoch ist zu beobachten, dass die Beulform bei kleinem  $\sigma_{cr,p}/\sigma_{cr,c}$  Verhältnis die eines Knickstabs gleicht. Wenn dieses Verhältnis steigt, ändert sich die Beulform und wird die einer plattenartigen Form ähnlich. Jedoch ist weiterhin zu beobachten, dass selbst bei Verhältnissen von über  $\sigma_{cr,p}/\sigma_{cr,c} = 3$  oder 4 eine reine plattenartige Beulform fragwürdig ist. Daher handelt es sich bei reinem knickstabähnlichem oder reinem plattenartigen Verhalten um hypothetische Begrenzungen, um die Interaktion beider (d. h. Begrenzungen) nach prEN 1993-1-5 [15] weiterhin berechnen zu können.

Bei dem im Beitrag [29] untersuchten Modell handelte es sich um längsausgesteifte Platten mit trapezförmigen Steifenquerschnitten und längsgerichteter konstanter Druckbelastung.

Abschließend werden die Werte der numerischen Untersuchung nach GMNIA mit den vorgeschlagenen Interpolationsfunktionen verglichen. Dabei wird die Interpolationsfunktion  $f$  in Abhängigkeit des Verhältnisses  $\sigma_{cr,p}/\sigma_{cr,c}$  analysiert. KÖVESDI ET AL. zeigen, dass die Verteilung der numerischen Daten trotz der Streuung, klar vom  $\sigma_{cr,p}/\sigma_{cr,c}$ -Verhältnis

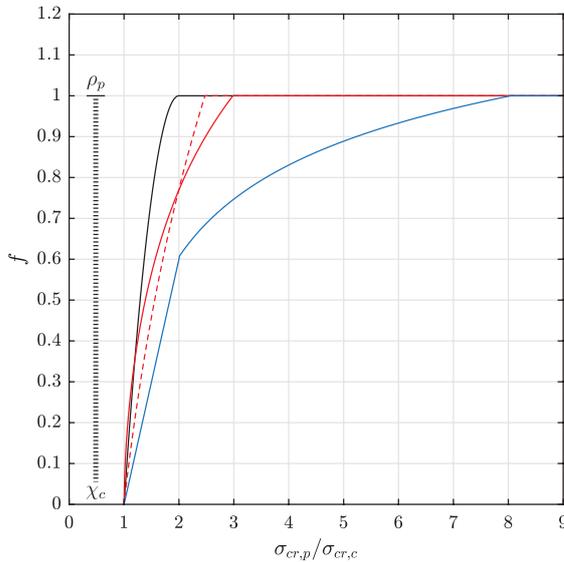
abhängig seien. Weiterhin zeigen die Daten, dass bei einem Verhältnis von  $\sigma_{cr,p}/\sigma_{cr,c} < 2,0$ , einen beinahe linearen Zusammenhang aufweisen und bei einem Verhältnis von über 8,0 kann von reinem plattenartigen Verhalten ausgegangen werden. Im „linearen“ Bereich wird die Interpolationsfunktion gegeben durch:

$$f = \left( \frac{\sigma_{cr,p}}{\sigma_{cr,c}} - 1 \right) \cdot 0,6 \quad \text{für} \quad \frac{\sigma_{cr,p}}{\sigma_{cr,c}} \leq 2,0 \quad (2.34)$$

Im Bereich  $\sigma_{cr,p}/\sigma_{cr,c} > 2,0$  „flachen“ die gestreuten Punkte ab, weshalb eine weitere Interpolationsfunktion vorgeschlagen wird:

$$f = \left( \ln \left( \frac{\sigma_{cr,p}}{\sigma_{cr,c}} \right)^{2,2} \right)^{0,455} \cdot 0,5 \leq 1,0 \quad \text{für} \quad \frac{\sigma_{cr,p}}{\sigma_{cr,c}} > 2,0 \quad (2.35)$$

Abb. 2.14 zeigt den Verlauf dieser „zweiteiligen“ Interpolationsfunktion.



**Abbildung 2.14.:**

Interpolationsfunktionen nach SEITZ für die einseitig (—) und beidseitig (- - -) quergerichtete Belastung und nach KÖVESDI (—). Des Weiteren ist die Interpolationsfunktion nach prEN 1993-1-5 (—) dargestellt. Markiert ist außerdem der Interpolationsbereich zwischen knickstabähnlichen Verhalten ( $\chi_c$ ) bei  $f = 0$  und plattenartigen Verhalten ( $\rho_p$ ) bei  $f = 1,0$ .

### 2.3.3. Interpolationsvorschlag (nach Pourostad)

Alternativ schlägt POUROSTAD [43, 45, 46, 47] die Verwendung einer neuen Interpolationsformel. Diese Interpolationsfunktion basiert auf der Arbeit von SEITZ [51], der auf Grundlage numerischer Ergebnisse folgende Funktion definierte:

$$f = f \left( \bar{\lambda}_p, \frac{\sigma_{cr,p}}{\sigma_{cr,c}} \right) \quad (2.36)$$

Wie in 2.3.1 erwähnt, bedurfte der Ansatz (Gl. 2.29) einer neuen Anpassung der von SEITZ vorgeschlagenen Parameter. POUROSTAD schlägt auf Grundlage dieses Ansatzes und

einer kleinen Abwandlung die Interpolationsformel:

$$f = V \cdot \left( \ln \left( \frac{\sigma_{cr,p}}{\sigma_{cr,c}} \right) \right)^P = V \cdot (\ln(\xi + 1))^P \quad (2.37)$$

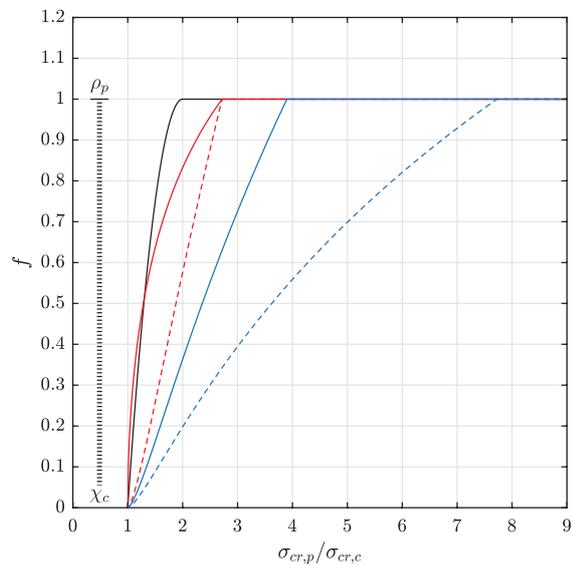
Für die Anwendung der Formel ist zwischen *nicht ausgesteiften* und *ausgesteiften* Beulfeldern zu unterscheiden. Wiederum ist bei den nicht ausgesteiften Beulfeldern zwischen *längs-* und *quergerichteter* Belastung zu unterscheiden (siehe Tabelle 2.1).

**Tabelle 2.1.:** Werte bzw. Gleichung zur Ermittlung der Parameter  $V$  und  $P$  in Abhängigkeit des Beulfeldaufbaus (*nicht ausgesteift* und *ausgesteift*) und der Spannungsrandbedingungen (*Längs-* und *Querspannung*).

	Nicht ausgesteift		Ausgesteift	
	Längsspannung	Querspannung	Längsspannung	Querspannung
$V$	1	1	$(\bar{\lambda}_p + 1)^{-2/3}$	
$P$	0,5	1,5	1,5	

Die von POUROSTAD [43] vorgeschlagene Interpolationsformel wurde bisher zwar nicht in die Norm aufgenommen, wird jedoch in dieser Arbeit für beide Parameterstudien verwendet, da von einer guten Anpassung an die numerischen Ergebnisse ausgegangen wird (vgl. [43, 45, 46, 47]).

Einen weiteren Vorteil hat die Interpolationsformel in der Anpassung der Parameter sowohl an den unausgesteiften, als auch ausgesteiften Fall und für längs- und quergerichteter Spannungen im unausgesteiften Fall (siehe Abb. 2.15).



**Abbildung 2.15.:**

Interpolationsfunktion nach POUROSTAD für den *nicht ausgesteiften* Fall mit längsgerichteter (—) und quergerichteter (---) Belastung und für den *ausgesteiften* Fall mit einer bezogenen Schlankheit von  $\bar{\lambda}_p = 1,0$  (—) und  $\bar{\lambda}_p = 4,0$  (---). Des Weiteren ist die Interpolationsfunktion nach prEN 1993-1-5 (—) dargestellt. Markiert ist außerdem der Interpolationsbereich zwischen knickstabähnlichen Verhalten ( $\chi_c$ ) bei  $f = 0$  und plattenartigen Verhalten ( $\rho_p$ ) bei  $f = 1,0$ .

## 2.4. Einfluss der Torsionssteifigkeit

Geschlossene Steifenquerschnitte weisen im Verhältnis zu offenen Querschnitten eine hohe Torsionssteifigkeit auf. Die aufbereiteten Beulwerttafeln sind nur unter der Bedingung anzuwenden, dass die Biegesteifigkeit berücksichtigt und die Torsionssteifigkeit vernachlässigt wird [26]. Die Torsionssteifigkeit behindert die Verdrehung des Bleches, die in einer erhöhten idealen Beulspannung resultiert. Diese Verdrehsteifigkeit kann mittels FEM berücksichtigt werden, werden diese jedoch bislang in den Rechenvorschriften vernachlässigt.

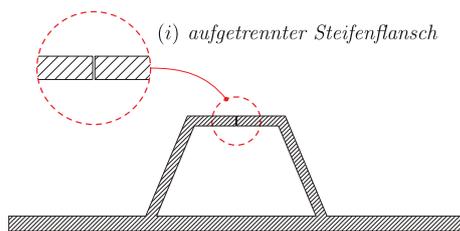
### 2.4.1. Untersuchungen von Martin und Nguyen

In ihrer Parameterstudie untersuchten MARTIN UND NGUYEN [39] längsausgesteifte, in Längsrichtung (einachsig) beanspruchte Beulfelder hinsichtlich ihrer Tragfähigkeit. Hierzu verglichen sie numerisch die Tragfähigkeit (GMNIA) der Beulfelder mit den Tragfähigkeiten nach DIN EN 1993-1-5. Die Beulspannung wurde zunächst mittels der Software EBPlate [4] ermittelt, die die Torsionssteifigkeit berücksichtigt und im Anschluss gemäß Anhang A der Norm, welche die Torsionssteifigkeit vernachlässigt.

In ihrer Arbeit untersuchten sie die Platte für unterschiedliche Steifenparameter, Anzahl der Steifen und für unterschiedliche Seitenverhältnisse  $\alpha = a/b$ . Zu den untersuchten Steifenparameter gehören neben der bezogenen Biegesteifigkeit  $\gamma_{St}$  auch die bezogene Torsionssteifigkeit  $\theta_{St}$  der Platte. Die bezogene Torsionssteifigkeit  $\theta_{St}$  ist dabei definiert mit:

$$\theta_{St} = 12 (1 - \nu^2) \cdot \frac{G \cdot I_{T,St}}{E \cdot b \cdot t_w^3} \quad (2.38)$$

Neben der geschlossenen Steife untersuchten sie dieselben Querschnitte mit aufgetrenntem oberem Flansch (siehe Abb. 2.16), die eine relativ geringe Torsionssteifigkeit im Vergleich zu dem geschlossenen Querschnitt aufweisen, ohne jedoch die Biegesteifigkeit in großem Maße zu beeinflussen.



**Abbildung 2.16.:**

Bild eines aufgetrennten Steifenflanschs zur Simulation einer Steife mit geringer Torsionssteifigkeit  $\theta_{St}$  (nach [25]).

Die Untersuchungen zeigten, dass die Berücksichtigung der Torsionssteifigkeit im Vergleich zu dem Nachweisverfahren nach DIN EN 1993-1-5 [13] häufig zur Überschätzung der Tragfähigkeit und die Ergebnisse somit auf der unsicheren Seite liegen.

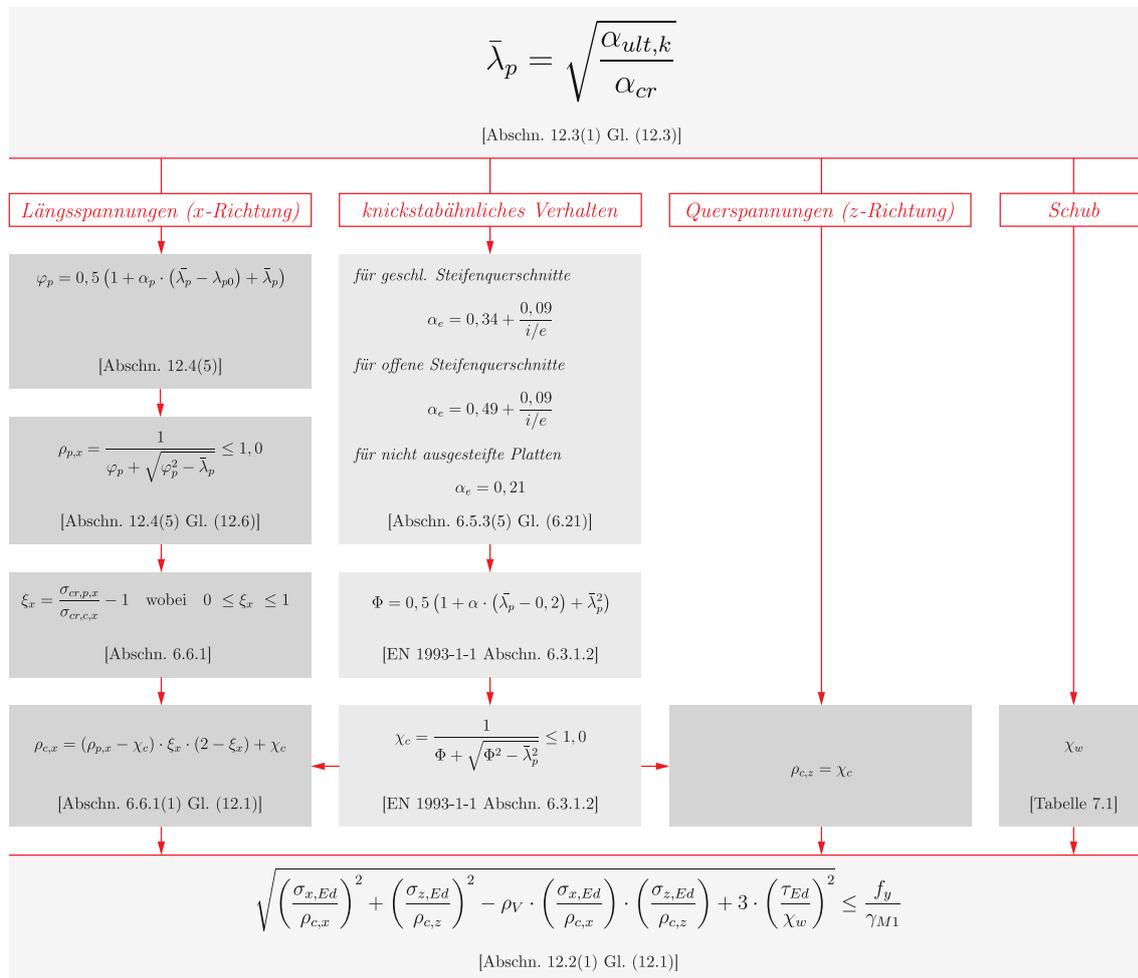
Ihre Schlussfolgerungen für die Untersuchung lauteten, dass die mittels FE-Software ermittelte Beulspannung  $\sigma_{cr,p}$  unter Berücksichtigung der Torsionssteifigkeit nicht für die Methode der wirksamen Breiten (MWB) geeignet ist. Weiterhin kann eine bezogene Steifigkeit  $\gamma \leq 25$  der Steife unberücksichtigt bleiben. Die erstgenannte Schlussfolgerung

kann durch das Auftrennen des oberen Flansches der Steife numerisch modelliert werden.

Durch die Vernachlässigung der Torsionssteifigkeit bleibt die Berechnung auf der sicheren Seite liegend und die erhöhte Tragfähigkeit bleibt dabei unberücksichtigt.

### 2.4.2. Untersuchungen von Pourostad

In [45, 46, 47] untersucht POUROSTAD die numerischen Ergebnisse mehrfach ausgesteifter Beulfelder (Bodenblech des Hohlkastenträgers) unter biaxialer Beanspruchung. In dieser Untersuchung kommt er zu der Schlussfolgerung, dass in  $z$ -Richtung (Querspannungen), Interpolation zwischen plattenartigem und knickstabähnlichem Verhalten nicht nötig ist, da immer knickstabähnliches Verhalten maßgebend ist ( $\rho_{c,z} = \chi_c$ ). In  $x$ -Richtung (Längsspannungen) ist die Abminderungskurve nach Abschn. 12.4(5) [15] zu verwenden (siehe Abb. 2.17).



**Abbildung 2.17.:** Flussdiagramm zur Anwendung der Methode der reduzierten Spannungen (MRS) für die Nachweiseführung des Gesamtfeldes unter biaxialer konstanter Druckbelastung, mit den Vorschlägen nach POUROSTAD.

Weiterhin schließt er aus den Ergebnissen, dass der Nachweis der Längssteife nach Theorie II. Ordnung, wie es im BAST-Heft B140 [33] beschrieben wird, nicht notwendig ist. Bei einer Interaktion von Längs- und Querspannungen ( $\sigma_x + \sigma_z$ ) schlägt er die Verwendung der Einzelnachweise nach DIN 18800-3 [10] mit dem Unterschied, dass die Abminderungsfaktoren  $\rho_{p,x}$ ,  $\rho_{p,z}$  und  $\chi_w$  mit der globalen Beulschlankheit  $\bar{\lambda}_p$  ermittelt werden. Aufgrund dieses Unterschieds wird im Verlauf der Arbeit von den *Einzelnachweisen nach Pourostad* gesprochen. Bei den Einzelnachweisen wird jede Spannungskomponente getrennt für das Einzel- und Gesamtfeld nachgewiesen:

$$\frac{\sigma_{x,Ed}}{\rho_{c,x} \cdot f_y / \gamma_{M1}} \leq 1,0 \quad \frac{\sigma_{z,Ed}}{\rho_{z,x} \cdot f_y / \gamma_{M1}} \leq 1,0 \quad \frac{\tau_{Ed}}{\chi_w \cdot f_y / \gamma_{M1}} \leq \sqrt{3}/3 \quad (2.39)$$

Des Weiteren schlägt POUROSTAD für die Interpolation zwischen knickstabähnlichem und plattenartigem Verhalten in  $x$ -Richtung ( $\rho_{p,x}$ ), die Anwendung einer vom prEN 1993-1-5 abweichenden Interpolationsgleichung (vgl. 2.3.3).

Durch die Anwendung dieser Formeln wird der Interpolationsbereich vergrößert. Dadurch werden Daten, die gemäß der Interpolationsgleichung des prEN 1993-1-5 [15] in ihrer Tragfähigkeit überschätzt werden, auf die sichere Seite gebracht.

### 2.4.3. Situation nach prEN 1993-1-5

Die kritische Beulspannung  $\sigma_{cr,p}$  kann gemäß Anhang A der *neuen* Norm prEN 1993-1-5 [15] für äquivalente orthotrope Platten mit eins, zwei oder drei Steifen ermittelt werden. Jedoch bleibt in diesem Formelsatz die Torsionssteifigkeit weiterhin unbeachtet.

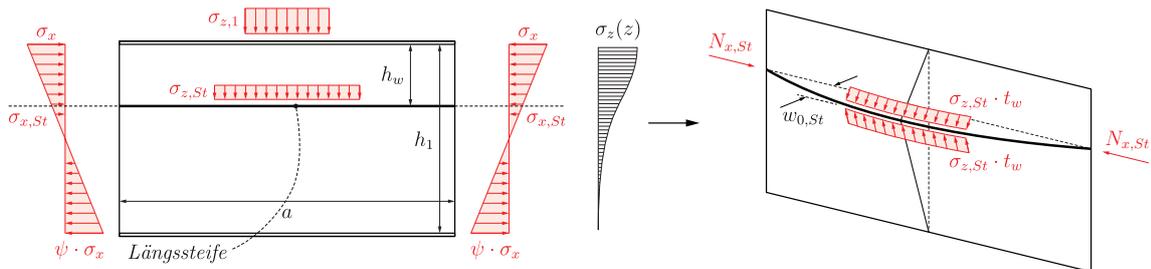
In Abschn. 12.4(2) der *neuen* Norm [15] wird darauf hingewiesen, dass unter Berücksichtigung der Torsionssteifigkeit geschlossener Steifen der Abminderungsfaktor  $\rho_{c,x}$  mittels der Abminderungskurve in Abschn. 12.4(5) (vormals Anhang B in [13]) zu ermitteln ist.

## 2.5. Nachweis der Längssteife

Da der Gesamtfeldnachweis gemäß Gl. (12.1) des prEN 1993-1-5 [15] (siehe Gl. 2.28 in der vorliegenden Arbeit) für den biaxialen Fall, gegenwärtig nicht hinreichend durch Versuche abgedeckt ist, werden im Folgenden zwei Methoden zum Nachweis der Längssteife nach Theorie II. Ordnung vorgestellt, die anstelle des Gesamtfeldnachweises durchgeführt werden können.

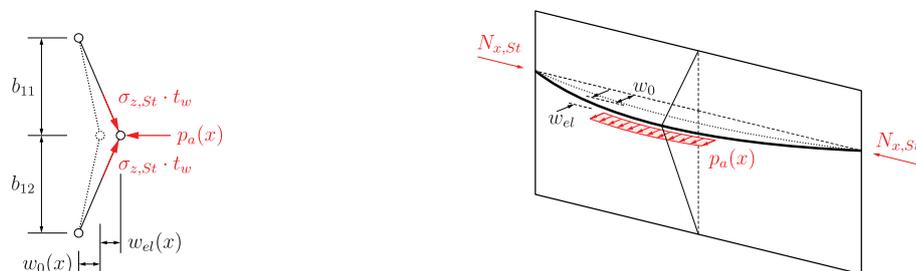
### 2.5.1. Nachweis der Längssteife nach Seitz

Seitz schlägt in seiner Dissertation [51] eine Methode vor, den Längssteifennachweis durch handhabbare Regelungen anzuwenden. Die Methode eignet sich sowohl für einfach als auch mehrfach ausgesteifte Felder. Abb. 2.18 zeigt ein einfach längsversteiftes Feld unter biaxialer Belastung. Zu sehen ist die resultierende Längsbelastung  $N_{x,St}$  infolge der Biegelängsspannungen  $\sigma_{x,St}$  und die einseitige Querspannung  $\sigma_{z,1}$  am oberen Rand und deren Spannungsverteilung im Bereich der Steife  $\sigma_{z,St}$ .



**Abbildung 2.18.:** In der linken Bildhälfte ist ein einfach längsversteiftes Beulfeld mit längsgerichteter Biegebelastung und einseitig quergerichteter, konstanter Belastung, dargestellt. In der rechten Bildhälfte ist die Beanspruchung der Längssteife infolge dieser Belastung dargestellt. Weiterhin ist die geometrische Ersatzimperfektion  $w_{0,St}$  in Form einer Vorkrümmung illustriert (nach [51]).

SEITZ vergleicht dabei Anwendung des Nachweises mittels Abminderungskurven und nach Theorie II. Ordnung. Die Nachweisführung der Längssteife nach Theorie II. Ordnung bezeichnet Seitz als „geeigneter“ [51] und kann mittels einiger Vereinfachungen durch Handrechnungen durchgeführt werden.



**Abbildung 2.19.:** Abtriebskräfte  $p_a(x)$  infolge der quergerichteten Spannungen  $\sigma_{z,St}$  auf Höhe der Steife (nach [51]).

**Abbildung 2.20.:** Dargestellt sind die Abtriebskräfte  $p_a(x)$ , die Steifen-Längskräfte  $N_{x,St}$  und die daraus resultierende elastische Verformung  $w_{el}$  in Addition zur Vorkrümmung  $w_0$  (nach [51]).

In dieser Methode werden die quergerichteten Abtriebskräfte  $p_a(x)$  infolge  $\sigma_{x,St}$  und die längsgerichteten Biegespannungen im Bereich der Steife, als Steifenbelastung angesetzt (siehe dazu Abb. 2.19 und 2.20). Beide Kräfte resultieren in einer Vergrößerung der Durchbiegung  $w_{el}^{II}$  und dadurch zu einer Vergrößerung des Biegemoments  $M^{II}$  in Längsrichtung. Die dadurch entstehende Längsspannung darf dabei die Streckgrenze  $f_y$  der Längssteife nicht überschreiten. Im Folgenden wird die Vorgehensweise dieser Nachweisführung aufgeführt:

1. In einem ersten Schritt wird die Ersatzimperfektion  $w_0$ , bestehend aus dem „Steifenanteil“  $w_{0,1}$  und dem „Steganteil“  $w_{0,2}$ , ermittelt.

$$w_{0,1} = \frac{a}{400} \leq \frac{b}{400} \quad (2.40)$$

$$w_{0,2} = \frac{\max b_{ik}}{200} \quad (2.41)$$

$$w_0 = w_{0,1} + w_{0,2} \quad (2.42)$$

2. Ermittlung der resultierenden Normalspannung  $N_{x,St}$  aus der Längsspannung im Bereich der Steife  $\sigma_{x,St}$  und der Bruttoquerschnittsfläche der Steife  $A_{St}$

$$N_{x,St} = A_{St} \cdot \sigma_{x,St} \quad (2.43)$$

3. In diesem Schritt wird die Spannungsausbreitung infolge der quergerichteten Randspannung  $\sigma_{z,1}$  auf Höhe der Steifenachse ermittelt. Seitz schlägt vereinfachend einen linearen Spannungsverlauf vor. Im nachfolgenden Kapitel (2.6) werden drei weitere Methoden zur Ermittlung der Spannungsausbreitung vorgestellt. Diese können alternativ zu der von Seitz vorgeschlagenen Methode angewandt werden.

$$\sigma_{z,St} = \frac{h_w - h_1}{h_w} \cdot \sigma_{z,1} \quad (2.44)$$

4. Die Belastungslänge kann auch hier alternativ mit den im folgenden Kapitel vorgeschlagenen Methoden hergeleitet werden. Im Folgenden wird jedoch die von Seitz vorgeschlagene Methode vorgestellt.

$$c_2 = \frac{\sigma_{z,1}}{\sigma_{z,St}} \cdot c_1 \cdot \left(1 - \frac{h_1}{h_w}\right) \quad (2.45)$$

5. Die über die gesamte Steifenlänge  $a$  wirkende äquivalente Spannung ermittelt sich zu:

$$\bar{\sigma}_{z,St} = \sigma_{z,St} \cdot \left(\frac{c_2}{a} + \frac{1}{\pi} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot c_2}{a}\right)\right) \quad (2.46)$$

6. Die Hilfsgröße  $q$  resultierend aus den Abtriebskräften und Längskräften ermittelt sich zu:

$$q = \bar{\sigma}_{z,St} \cdot t_w \cdot \left( \frac{1}{b_{11}} + \frac{1}{b_{12}} \right) + \left( \frac{\pi}{a} \right)^2 \cdot N_{x,St} \quad (2.47)$$

7. Die Eulerlast  $N_{x,cr}$  der Längssteife

$$N_{x,cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{St}}{a^2} \quad (2.48)$$

$t_w$  : Dicke des Beulfeldes

8. Die Bettung  $c_f$  der Längssteife

$$c_f = \left( \frac{\pi}{a} \right)^2 \cdot N_{x,cr} \quad (2.49)$$

9. Aus dem Gleichgewicht der abtreibenden Kräfte und den Rückhaltekräften ermittelt sich schließlich die elastische Verformung  $w_{el}^{II}$

$$w_{el}^{II} = \frac{q}{c_f - q} \cdot w_0 \quad \text{wobei} \quad q \stackrel{!}{<} c_f \quad (2.50)$$

10. Der Spannungsnachweis der Längssteife

$$\sigma_{x,St} + \frac{M^{II}}{W_{St}} \leq f_y \quad (2.51)$$

mit:

$$M^{II} = N_{x,cr} \cdot w_{el}^{II} \quad (2.52)$$

$W_{St}$  ist dabei das maßgebende (kleinere) Widerstandsmoment der Steife. Weiterhin sei angemerkt, dass die Bedingung  $q < c_f$  unter Punkt 9 der vorgestellten Methode nicht in der Arbeit von Seitz aufgeführt wird. Diese Bedingung ist notwendig, denn sollte die Hilfsgröße  $q$ , die eine gegengerichtete Größe zur Bettung der Längssteife  $c_f$  ist und aus der Quer- und Längsbelastung der Steife ermittelt wird, größer ausfallen, so ist von einem instabilen System auszugehen und der Nachweis ist im Voraus nicht erfüllt.

Außerdem erwähnt SEITZ, dass die von ihm vorgeschlagene Methode gegenwärtig „noch auf Träger mit geschlossenen Längssteifenquerschnitten und geringer Momentenbeanspruchung sowie ohne zusätzlich wirkende Querkraftbeanspruchung begrenzt“ [51] sei.

### 2.5.2. Nachweis der Längssteife nach Kuhlmann et al. (BASt-Heft B140)

Im BASt-Heft B140 [33] schlagen KUHLMANN ET AL. eine Methode zum Nachweis der Längssteife nach Theorie II. Ordnung vor. Dabei wird das ausgesteifte Gesamtfeld durch ein Stabwerksmodell vereinfacht.

Diese Methode stellt die Nachweismethode nach der aktuellen Norm DIN EN 1993-1-5 Abschn. 9-2-1 [13] bzw. dem aktuellen Normentwurf prEN 1993-1-5 Abschn. 11.2.1 [15].

Die Querschnitte der druckbeanspruchten Längssteifen ermitteln sich aus den Bruttoquerschnittsflächen der Steifen. Die querverlaufenden Stäbe sind als Fachwerkstäbe zu modellieren und besitzen hohe Steifigkeiten, um Beulen bzw. Knicken der Stäbe zu vermeiden. Die Quer- und Längsbelastungen werden als Einzelkräfte an die Stäbe angebracht. Da die Querspannungen an der Unterkante  $\sigma_z = 0$  sind, werden die querverrichteten, belasteten Stäbe mit einer in Stabachsenrichtung gerichteten Streckenlast belegt (siehe Abb. 2.21 (ii) bis (iv) auf S. 31).

In einem ersten Modell wird die knickgefährdete Steife durch die benachbarten Felder elastisch gebettet (siehe Abb. 2.21 (ii)). Die Bettung ermittelt sich zu

$$c_{w,St} = \frac{48 \cdot E \cdot t_w^3}{10,92 \cdot b_{ik}^3} \quad (2.53)$$

Aus der Berechnung des Modells mit der gebetteten Steife ermittelt sich der Lassteigerungsfaktor  $\alpha_{cr,p,xz}$ . Anschließend wird die Bettung der knickgefährdeten Steife ausgeschaltet und erneut berechnet (siehe Abb. 2.21 (iii)). Aus diesem Modell wird der Lassteigerungsfaktor  $\alpha_{cr,c,xz}$  ermittelt. Aus beiden Werten  $\alpha_{cr,p,xz}$  und  $\alpha_{cr,c,xz}$  lässt sich der Interpolationsfaktor aus knickstabähnlichem und plattenartigem Verhalten ermitteln:

$$\xi = \frac{\alpha_{cr,p,xz}}{\alpha_{cr,c,xz}} - 1$$

Um den Stich  $w_{0,c}$  infolge der Vorverformung zu ermitteln, bedarf es zunächst der Ermittlung der Beiwerte  $\alpha_e$  und  $d_c$  (siehe hierzu [33] Abschn. 3.2.7).

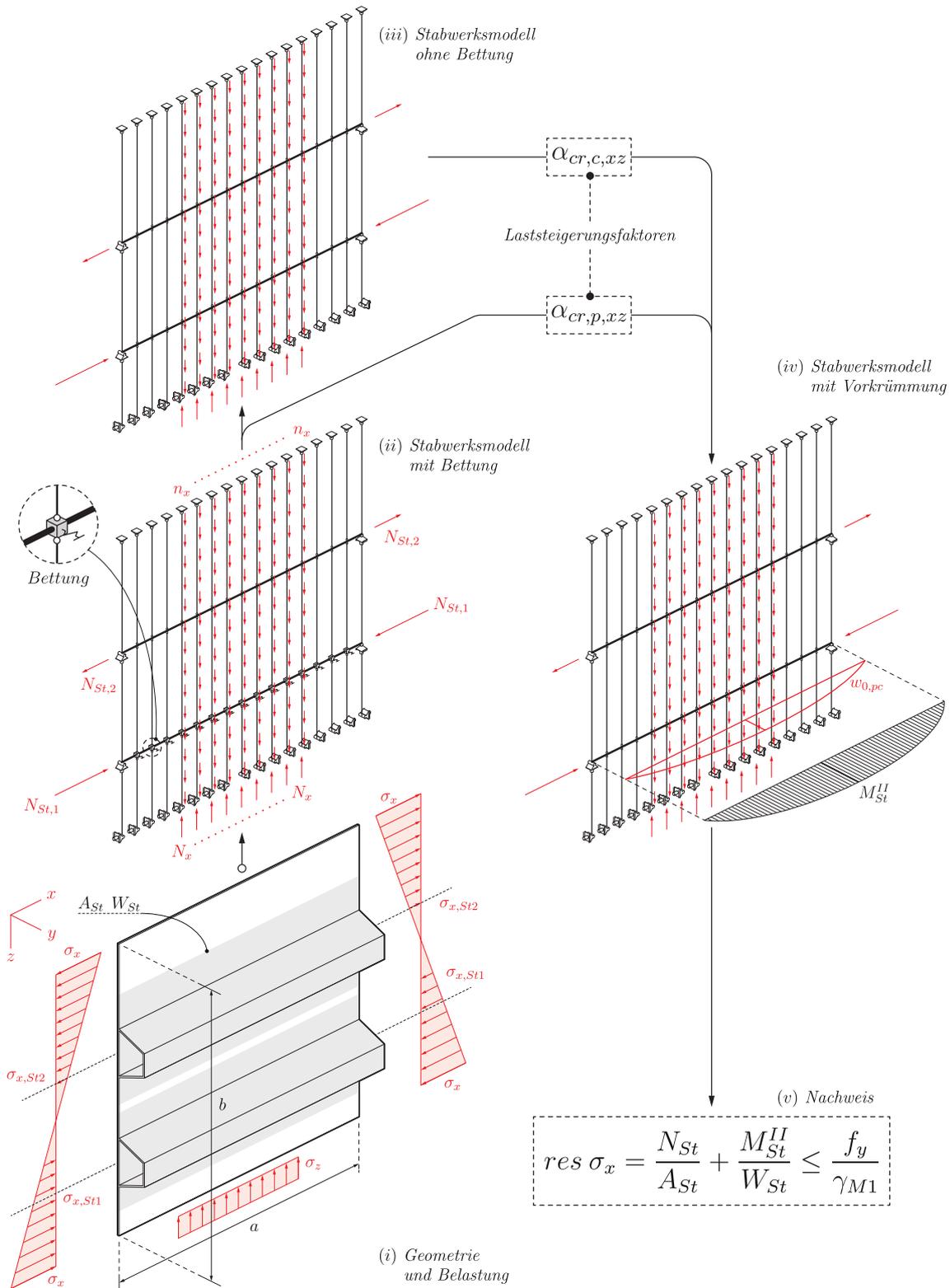
$$i = \sqrt{\frac{I_{St}}{A_{St}}}$$

$$e = \max \{e_1; e_2\}$$

$$\alpha_e = \alpha + \frac{0,09}{i/e} \quad \text{mit } \alpha = 0,34 \text{ für geschlossene Steifenquerschnitte}$$

$$d_c = 705 \cdot \alpha_e^2 - 1250 \cdot \alpha_e + 690 \quad (2.54)$$

Es sei noch anzumerken, dass der Gültigkeitsbereich dieser Interpolationsformel (Gl. 2.54) nur für  $0,3 < \alpha_e < 0,9$  gegeben ist.



**Abbildung 2.21.:** Flussdiagramm zur Vorgehensweise beim Längssteifen-Nachweis nach dem BAST-Heft B140. Es sind die Stabwerksmodelle mit den jeweiligen Belastungen und Lagerungsbedingungen gemäß der Darstellung der Software RFEM [18] illustriert.