

**Abbildung 2.21.:** Flussdiagramm zur Vorgehensweise beim Längssteifen-Nachweis nach dem BAST-Heft B140. Es sind die Stabwerksmodelle mit den jeweiligen Belastungen und Lagerungsbedingungen gemäß der Darstellung der Software RFEM [18] illustriert.

Der Interpolationsfaktor  $\xi$  dient zur Interpolation der Verschiebung  $w_{0,pc}$ , die sich aus den Verschiebungen  $w_{0,p}$  und  $w_{0,c}$  beider Modelle zusammensetzt. Diese werden wie folgt ermittelt.

$$w_{0,c} = \frac{a}{d_c} \quad (2.55)$$

$$w_{0,p} = \frac{\min\{a; b\}}{400} \quad (2.56)$$

Die Vorverformung  $w_{0,pc}$  aus Interpolation beider Werte liefert:

$$w_{0,pc} = w_{0,c} - (w_{0,c} - w_{0,p}) \cdot \xi \quad (2.57)$$

Im Anschluss wird noch ein drittes Modell zur Ermittlung des maximalen Momentes  $M_{St}^{II}$  der maßgebenden Steife nach Theorie II. Ordnung. Das hierzu verwendete Modell ist analog zum vorher genannten zweiten Modell (siehe Abb. 2.21 (iv)). Der einzige Zusatz, der hinzukommt ist die Ersatzimperfection  $e_0 = a/w_{0,pc}$ , die bei Verwendung der Statik-Software DLUBAL RFEM [18] mittels eines eingebauten Softwarewerkzeugs an die maßgebende Steife angebracht werden kann. Zu beachten ist, dass bei Verwendung der Ersatzimperfection  $e_0$ , die Berechnung des Moments  $M_{y,St}^I$  ( $y$ : bezüglich des *lokalen* Koordinatensystems der Steife) in RFEM nach Theorie II. Ordnung und nicht die Grundeinstellung (Theorie I. Ordnung) zu verwenden ist. Der Nachweis lautet:

$$res \sigma_x = \frac{N_{x,St}}{A_{St}} + \frac{M_{y,St}^{II}}{W_{y,St}} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M1}} \quad (2.58)$$

Alternativ können anstatt einer Ersatzimperfection  $e_0$ , eine Ersatzbelastung  $q_{ers}$  angebracht werden:

$$q_{ers} = \frac{8 \cdot N_{x,St} \cdot w_{0,pc}}{a^2} \quad (2.59)$$

mit der auf dem Steifenquerschnitt  $A_{St}$  einwirkenden Drucknormalkraft  $N_{x,St}$ :

$$N_{x,St} = A_{St} \cdot \sigma_{x,St} \quad (2.60)$$

Das Moment  $M_{y,St}^{II}$  an der maßgebenden Steife kann mit der Grundeinstellung von RFEM [18] (Theorie I. Ordnung) berechnet werden. Dazu ist der Vergrößerungsfaktor  $\alpha_v$  nötig, der die Relation zwischen den Momenten nach Theorie I. und II. Ordnung beschreibt [17].

$$\alpha_v = \frac{1}{1 - \frac{1}{\alpha_{cr,c,xz}}} = \frac{\alpha_{cr,c,xz}}{\alpha_{cr,c,xz} - 1} \quad (2.61)$$

Folgende Gleichung (2.61) kann jedoch nur angewandt werden, wenn  $\alpha_{cr,c,xz} > 1,0$  ist [17]. Dadurch ändert sich der Nachweis zu:

$$res \sigma_x = \frac{N_{x,St}}{A_{St}} + \frac{\alpha_v \cdot M_{y,St}^I}{W_{y,St}} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M1}} \quad (2.62)$$

mit dem Moment nach Theorie I. Ordnung:

$$M_{y,St}^I = \frac{q_{ers} \cdot a^2}{8} = N_{x,St} \cdot w_{0,pc} \quad (2.63)$$

Im Anhang A.1 ist anhand eines Zahlenbeispiels, der Vergleich des alternativen Vorschlags (Gl. 2.62 und 2.63) mit der Herangehensweise nach dem BAST-Heft [33] (zusätzliche Berechnung eines *dritten* Modells) aufgeführt.

## 2.6. Spannungsverlauf und -verteilung

Wie bereits in der Einleitung beschrieben, kommt es beim Vers Schub einer Brücke zu Querspannungen infolge der Auflagerkräfte an den Verschublagern. Diese Spannungen werden einseitig und konzentriert in die Stege eingeleitet. Da die Stege in der Regel in Längsrichtung ausgesteift sind, ist folglich neben dem Gesamtfeldnachweis, der Einzelfeldnachweis von Bedeutung. Uns interessieren dabei die Spannungen infolge dieser Randlast in den Bereichen der aussteifenden Elemente.

Beim Einzelfeldnachweis stehen die obere Randspannung, die untere Randspannung und die Schubkräfte  $\tau_p$  des linken und rechten Randes im Gleichgewicht (siehe bspw. Abb. 2.22). Da die obere Randspannung in Größe und Einleitungslänge (hier  $c$ ) bekannt sein müssten, ist für den Nachweis des Einzelfeldes noch die *untere Randspannung* und *Ausbreitungslänge* von Bedeutung.

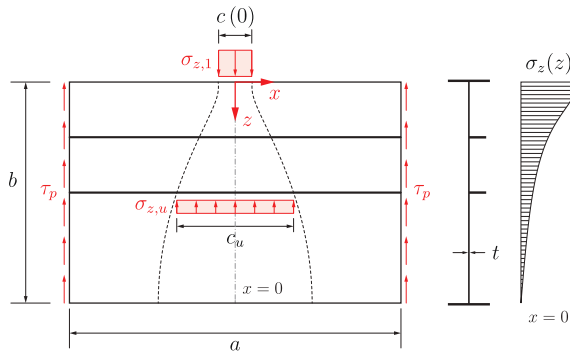
Für die Ermittlung des Verlaufs existieren Ansätze, die (wie wir in einem späteren Kapitel sehen werden) eine Näherung an den tatsächlichen (analytischen) Verlauf sind. Eines der Ansätze ist der Literatur entnommen und im BAST-Heft [33] als mögliche Näherung der FE-Lösung vorgeschlagen worden. Ein weiterer Ansatz ist dem COMBRI-Forschungsprojekt [37] entnommen. Zusätzlich zu beiden Näherungslösungen wird außerdem die analytische (*exakte*) Lösung vorgestellt.

### 2.6.1. Näherungsgleichung nach dem BAST-Heft B140

KUHLMANN ET AL. schlagen im BAST-Heft B140 [33] eine aus [38] entnommene Formel zu verwenden. Zur Darstellung der Geometrie und Belastung sei die Abb. 2.22 gegeben.

Die Spannung  $\sigma_z(z)$  und Lastausbreitungslänge  $c(z)$  lassen sich im wie folgt ermitteln:

$$\sigma_z(z) = \frac{\sigma_{z,1}}{\pi} \left[ 2 \arctan \frac{c}{2z} - 2 \arctan \frac{c}{4b-2z} + \frac{4cz}{c^2+4z^2} - \frac{4c(2b-z)}{c^2+(4b-2z)^2} \right] \quad (2.64)$$

**Abbildung 2.22.:**

Geometrie und Belastung einer ausgereiften Platte mit den Benennungen nach dem BAST-Heft B140. Gezeigt werden der Spannungsverlauf  $\sigma_z(z)$  und der Verlauf der Lastausbreitung  $c_u(z)$ . Außerdem sind exemplarisch  $\sigma_{z,u}$  und  $c_u$  im Bereich der zweiten Steife illustriert.

$$c(z) = \min \left\{ \frac{\sigma_{z,1}}{\sigma_z(z)} \cdot c(0) \cdot \left(1 - \frac{z}{b}\right) ; a \right\} \quad (2.65)$$

mit:

- $\sigma_z(z)$  : Querspannung im Querschnitt durch Scheibenmitte bei  $x = 0$
- $z$  : Abstand vom betrachteten Lastrand
- $\sigma_{z,1}$  : konzentrierte Belastung am Rand
- $c(z)$  : Lastausbreitungslänge in Höhe  $z$
- $c(0)$  : Lasteinleitungslänge (in Gl. 2.64 vereinfacht  $c(0) = c$ )
- $a$  : Länge des Steges
- $b$  : Höhe des Steges

Es ist hier zu beachten, dass die Lastausbreitungslänge  $c(z)$  maximal die Länge des Steges  $a$  annehmen kann. Die Schubspannung  $\tau_p$  kann genähert ermittelt werden zu:

$$\tau_p \approx \frac{F_y}{2 \cdot bt} = \sigma_{z,1} \cdot \frac{c(0)}{2 \cdot b} \quad (2.66)$$

Um der Konvention der *Methode der reduzierten Spannungen* zu entsprechen, ist zu beachten, dass die Koordinaten der Querrichtung von  $y$  zu  $z$  umgewandelt wurden. Ebenfalls ist bei der Anwendung zu beachten, dass für  $z = 0$  das Argument des ersten Arkustangens-Terms gegen  $\infty$  läuft und die Arkustangens-Funktion hierfür unbestimmt ist. Daher wird am Lasteinleitungsrand, also bei  $z = 0$  die Randspannung  $\sigma_z(z = 0) = \sigma_{z,1}$  angesetzt.

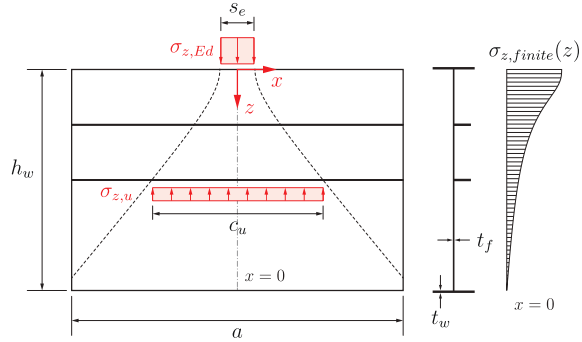
Für die Lastausbreitungslänge  $c$  wird eine äquivalente Rechtecklast angesetzt, die vom Betrag (Fläche unter der Kurve) dem Spannungsverlauf  $\sigma_z$  in Längsrichtung entspricht.

## 2.6.2. Näherungsgleichung nach dem COMBRI-Forschungsprojekt

Ein weiterer Ansatz wird im COMBRI-Forschungsprojekt [37] vorgeschlagen. Der Ansatz leitet sich aus dem Formelsatz des prEN 1993-1-5 Abschn. 5.2.3 [15].

**Abbildung 2.23.:**

Geometrie und Belastung einer ausgesteiften Platte mit den Benennungen nach dem COMBRI-Forschungsprojekt. Gezeigt werden der Spannungsverlauf  $\sigma_{z,finite}(z)$  und der Verlauf der Lastausbreitung  $c_u(z)$ . Außerdem sind exemplarisch  $\sigma_{z,u}$  und  $c_u$  im Bereich der zweiten Steife illustriert.



Der Spannungsverlauf ist wie folgt zu ermitteln:

$$\sigma_{z,Ed} = \frac{F_{z,Ed}}{b_{eff}(t_w + a_{st,1})} \quad (2.67)$$

$$b_{eff} = s_e \sqrt{1 + \left(\frac{z}{s_e \cdot n}\right)^2} \quad (2.68)$$

$$n = 0,636 \sqrt{1 + \frac{0,878 \cdot a_{st,1}}{t_w}} \quad (2.69)$$

$$s_e = s_s + 2 t_f \quad (2.70)$$

mit:

- $b_{eff}$  : Lastausbreitungslänge
- $a_{st,1}$  : Verhältnis der Bruttoquerschnittsfläche zur Breite  $s_e$
- $s_e$  : Länge der Lasteinleitung
- $s_{st}$  : Abstand der Quersteifen
- $t_w$  : Dicke des Stegbleches
- $t_f$  : Dicke des Flansches
- $z$  : Abstand vom Rand der Lasteinleitung

In Abschn. 5.2.3 [15] wird noch angemerkt, dass die Formel für den Fall  $s_{st}/s_e \leq 0,5$  anzuwenden ist; sonst ist der Einfluss der Steifen zu vernachlässigen. Daher wird für den nichtausgesteiften Fall  $a_{st,1} = 0$  und folglich  $n = 0,636$ . Mit  $F_{Ed} = \sigma_{z,Ed} \cdot s_e \cdot t_w$  und

weiterer Umformung erhält man:

$$\sigma_{z,\infty}(z) = \frac{\sigma_{z,Ed}}{\sqrt{1 + \left(\frac{z}{s_e \cdot 0,636}\right)^2}} \quad (2.71)$$

Wie bereits in den vorigen Abschnitten erläutert stehen die Randspannung im Bereich der Lasteinleitung und die die seitlichen Schubkräfte im Gleichgewicht. In der Gleichung 2.71 bleibt dieses Gleichgewicht unberücksichtigt, da es, wie der Index in  $\sigma_{z,\infty}(z)$  andeutet, für Platten mit unendlicher Ausdehnung entwickelt wurde. Folglich wird die Spannung am gegenüberliegenden Rand nicht null, was den tatsächlichen Spannungsverlauf widerspricht. Als Lösung schlägt der Bericht [37] eine Formel vor, die eine Scheibe mit endlicher Ausdehnung berücksichtigt (vgl. hierzu die Angaben in Abb. 2.23):

$$\sigma_{z,finite}(z) = \frac{\sigma_{z,Ed}}{\sqrt{1 + \left(\frac{z}{s_e \cdot 0,636}\right)^2}} - \frac{z}{h_w} \cdot \sigma_{z,\infty}(z = h_w) \quad (2.72)$$

mit:

$h_w$  : Höhe des Steges

Mit  $n = 0,636$  (keine Quersteifen) lässt sich  $b_{eff}$  vereinfachen zu (mit  $b_{eff} \equiv c_u(z)$ ):

$$c_u(z) = \min \left\{ s_e \sqrt{1 + \left(\frac{z}{0,636 \cdot s_e}\right)^2} ; a \right\} \quad (2.73)$$

Es ist auch hier darauf zu achten, dass die Lastausbreitungslänge maximal die Plattenlänge  $a$  betragen kann.

### 2.6.3. Analytische Lösung der Spannungsverläufe und -verteilung

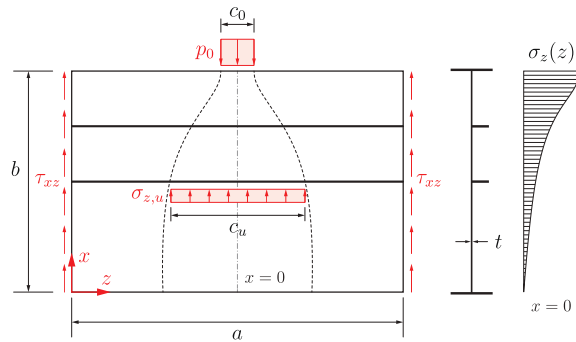
Die analytische Lösung stellt die genaueste aller drei Ansätze und wird im Folgenden vorgestellt.

Wie in den Ansätzen des BAST-Heft [33] und des COMBRI-Forschungsprojektes [37], wird auch hier der Beitrag der Steife zur Spannungsausbreitung nicht in Betracht gezogen, da sich der Einfluss dieser Steifen nur gering auf den Spannungsverlauf auswirken (vgl. die Untersuchung in 3.2.2). Folglich wird auch hier der Spannungsverlauf am Gesamtfeld ermittelt.

Es ist wiederholt anzumerken, dass, um der Konvention der reduzierten Spannungen zu entsprechen, die Koordinaten der Querrichtung mit  $z$  (statt  $y$ ) bezeichnet wird (siehe hierzu Abb. 2.24).

**Abbildung 2.24.:**

Geometrie und Belastung einer ausgereiften Platte mit den Benennungen gemäß analytischer Lösung [24]. Gezeigt werden der Spannungsverlauf  $\sigma_z(z)$  und der Verlauf der Lastausbreitung  $c_u(z)$ . Außerdem sind exemplarisch  $\sigma_{z,u}$  und  $c_u$  im Bereich der zweiten Steife illustriert.



Ausgangslage der Scheibengleichung ist die sogenannte Scheibengleichung, die eine homogene, partielle, lineare Differentialgleichung 4. Ordnung darstellt [24]. Die Funktion  $F(x,z)$  nennt man die Airysche Spannungsfunktion [23].

$$\frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2 \cdot \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial z^4} \quad (2.74)$$

Die genannte Scheibengleichung besitzt jedoch keine allgemeine Lösung. Um sie dennoch lösen zu können, bedarf es dem Herausfinden von speziellen Lösungen, die den gegebenen Spannungsrandbedingungen und/oder Verschiebungsrandbedingungen erfüllen. Diese können aus Polynomen, logarithmischen Funktionen oder auch aus Produkten von Exponential- und Winkelfunktionen bestehe [24].

Für uns sind die Spannungskomponenten, die sich aus der Airyschen Spannungsfunktion ableiten lassen, von Interesse:

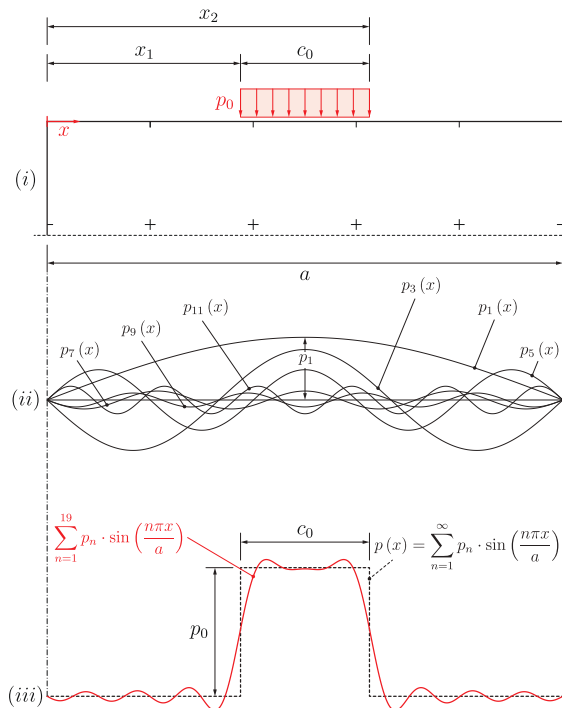
$$\sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} \quad \sigma_z = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \quad \tau_{xz} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial z} \quad (2.75)$$

Für eine stetige Belastung des Randes existieren geschlossene Lösungen. Bei unstetiger Belastung (siehe Abb. 2.25 (i)), wie sie in dieser Arbeit betrachtet werden, existiert jedoch keine geschlossene Lösung [1, 23, 24].

Die Lösung besteht darin, die unstetige Last mittels FOURIER-Reihe durch eine stetige Funktion  $p(x)$  anzunähern (siehe Abb. 2.25 (ii) und (iii)). Die Fourierreihe lässt sich in der folgenden Form (*Sinus-Kosinus-Form*) darstellen:

$$\bar{p}(x) = \frac{c_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \cos\left(\frac{2n\pi x}{L}\right) + \sum_{n=1}^{\infty} d_n \sin\left(\frac{2n\pi x}{L}\right) \quad (2.76)$$

Hier bezeichnet  $L$  die Länge der Periode. Weiterhin sei angemerkt, dass, um eine Verwechslung mit der Konvention der Methode der reduzierten Spannungen zu vermeiden, die Fourier-Koeffizienten mit  $c_0$ ,  $c_n$  und  $d_n$  bezeichnet werden, und nicht wie in der Literatur üblich mit  $a_0$ ,  $a_n$  und  $b_n$ . Diese bezeichnen in unserem Fall die Plattenlänge  $a$  und die Plattenhöhe  $b$ . Weiterhin sei die Plattendicke mit  $t$  gegeben.



**Abbildung 2.25.:**

Dargestellt ist in (i) die Belastung einer Platte mit einer abschnittsweise konstanten Randlast  $p_0$ . In (ii) sind die einzelnen *Fourierglieder* mit den unterschiedlichen Phasen (Anzahl Sinus-Halbwellen) und Amplituden zu sehen. Für  $p_1(x)$  ist exemplarisch die maximale Amplitude  $p_1$  gegeben. In (iii) ist die Funktion aus der Summe von  $n = 19$  Elementen dargestellt (—), die sich mit steigender Elementzahl  $n$ , allmählich dem rechteckigen *Last*-Verlauf (---) annähert (nach [1]).

Mit diesem Ansatz und weiterer Rechnung (auf die wir hier verzichten werden) reduziert sich die Funktion auf einen Koeffizienten  $d_n$ :

$$\bar{p}(x) = \sum_{n=1}^{\infty} d_n \sin\left(\frac{2n\pi x}{L}\right) \quad (2.77)$$

Die (unstetige) Randlast des in Abb. 2.24 dargestellte System, lässt sich letztlich in Form folgender Reihe repräsentieren:

$$p(x) = \sum_{n=1}^{\infty} p_n \cdot \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \quad (2.78)$$



mit:

$$p_n = \frac{2p_0}{a} \int_{x_1}^{x_2} \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) dx = \frac{2p_0}{n\pi} \left[ \cos\left(\frac{n\pi x_1}{a}\right) - \cos\left(\frac{n\pi x_2}{a}\right) \right] \quad (2.79)$$

mit:

$p(x)$  : Randbelastung  
 $p_0$  : Höhe der Randbelastung  
 $l$  : Länge der Platte

Der Index  $n$  bezeichnet die Anzahl der Fourierelemente, wobei bei einer *symmetrischen* Belastung (wie in unserem Fall) die ungeraden Reihenglieder ( $n = 1, 3, 5 \dots$ ) von Bedeutung sind, da die geraden Reihenglieder 0 (Null) ergeben. Weiterhin sei der Ansatz für die Airysche Spannungsfunktion gegeben durch:

$$F = \frac{1}{\alpha_n^2} (A_n \cosh(\alpha_n z) + B_n \alpha_n \cdot z \sinh(\alpha_n z) + C_n \sinh(\alpha_n z) + D_n \alpha_n \cdot z \cosh(\alpha_n z)) \sin(\alpha_n x) \quad (2.80)$$

mit:

$$\alpha_n = \frac{n\pi}{a} \quad (2.81)$$

Dadurch ergeben sich für die Spannungen (Gln. 2.75) folgende Ausdrücke:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = [(A_n + 2B_n) \cosh(\alpha_n z) + B_n \alpha_n \cdot z \sinh(\alpha_n z) + (C_n + 2D_n) \sinh(\alpha_n z) + D_n \alpha_n \cdot z \cosh(\alpha_n z)] \cdot \sin(\alpha_n x) \quad (2.82)$$

$$\sigma_z = \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} = -(A_n \cosh(\alpha_n z) + B_n \alpha_n \cdot z \sinh(\alpha_n z) + C_n \sinh(\alpha_n z) + D_n \alpha_n \cdot z \cosh(\alpha_n z)) \cdot \sin(\alpha_n x) \quad (2.83)$$

$$\tau_{xz} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial z} = -[(A_n + B_n) \sinh(\alpha_n z) + B_n \alpha_n \cdot z \cosh(\alpha_n z) + (C_n + D_n) \cosh(\alpha_n z) + D_n \alpha_n \cdot z \sinh(\alpha_n z)] \cdot \cos(\alpha_n x) \quad (2.84)$$

Durch Anwendung der Randbedingungen:

$$\begin{array}{lll} \sigma_x(0, z) = 0 & \sigma_x(a, z) = 0 & \sigma_z(x, 0) = 0 \\ \tau_{xz}(x, 0) = 0 & \sigma_z(x, b) = -\frac{p(x)}{t} & \tau_{xz}(x, b) = 0 \end{array}$$

erhält man die Konstanten  $A_n$  bis  $D_n$ :

$$A_n = 0 \quad (2.85)$$

$$B_n = \frac{p_n}{t} \cdot \frac{\alpha_n b \sinh(\alpha_n b)}{\sinh^2(\alpha_n b) - (\alpha_n b)^2} \quad (2.86)$$

$$C_n = -D_n = \frac{p_n}{t} \cdot \frac{\sinh(\alpha_n b) + \alpha_n b \cosh(\alpha_n b)}{\sinh^2(\alpha_n b) - (\alpha_n b)^2} \quad (2.87)$$

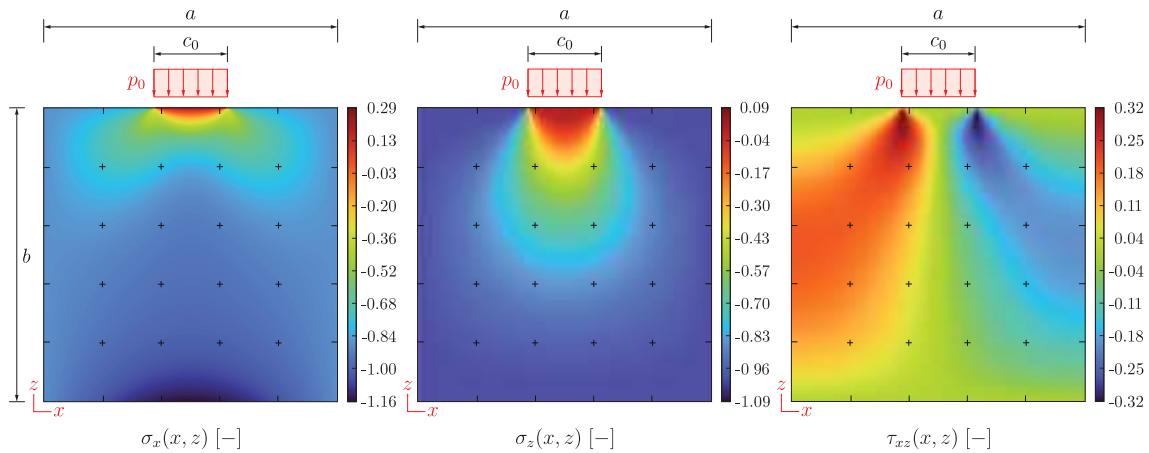
Durch Einsetzen der Konstanten  $A_n$  bis  $D_n$  in Gl. 2.82 bis 2.84 erhält man:

$$\sigma_x(x, z) = [B_n (2 \cosh(\alpha_n z) + \alpha_n z \sinh(\alpha_n z)) - C_n (\sinh(\alpha_n z) + \alpha_n z \cosh(\alpha_n z))] \cdot \sin(\alpha_n x) \quad (2.88)$$

$$\sigma_z(x, z) = - [B_n \alpha_n z \sinh(\alpha_n z) + C_n (\sinh(\alpha_n z) - \alpha_n z \cosh(\alpha_n z))] \cdot \sin(\alpha_n x) \quad (2.89)$$

$$\tau_{xz}(x, z) = - [B_n (\sinh(\alpha_n z) + \alpha_n z \cosh(\alpha_n z)) - C_n \alpha_n z \sinh(\alpha_n z)] \cdot \cos(\alpha_n x) \quad (2.90)$$

Dies sind die Gleichungen zur Ermittlung der *Scheiben*-Spannungen  $\sigma_x$ ,  $\sigma_z$  und  $\tau_{xz}$ . In Abb. 2.26 sind die genannten Spannungen für ein Beulfeld des Seitenverhältnisses  $\alpha = 1,0$  illustriert.



**Abbildung 2.26.:** Auswertung der Gl. 2.88, 2.89 und 2.90 für eine Platte mit dem Seitenverhältnis  $\alpha = 1,0$ , dem Lasteinleitungsverhältnis von  $c/a = 0,25$  und einer *Einheits*-Belastung  $p_0 = 1,0$ .

Die Lastausbreitung  $c_u(z)$  lässt sich nun mit der Gleichung 2.89 herleiten. Einfach formuliert gilt es bei der Herleitung der Lastausbreitung  $c_u(z)$ , die Gl. 2.89 in Abhängigkeit der Komponente  $x$  zu integrieren („Fläche unter der Kurve“) und anschließend durch den Maximalwert von  $\sigma_z(x, z)$  bei  $x = a/2$  und  $z = \text{konstant}$ , zu dividieren.

Folgende Formulierung ist nur unter der Bedingung einer konstanten Höhenangabe ( $z = \text{konstant}$ ) anzuwenden. Die Ausgangsgleichung lautet:

$$c_u(x, z) = \frac{1}{\sigma_z(x = a/2, z)} \cdot \int_{x_1}^{x_2} \sigma_z(x, z) \, dx \quad (2.91)$$

Im Folgenden sind alle Terme, die in Abhängigkeit von  $z$  stehen, konstant und können daher vor das Integral gezogen werden. Im Integrand ist lediglich die Sinus-Funktion, die von  $x$  abhängig ist.

Für die Integration ist aus Gründen der Übersichtlichkeit  $\alpha_n = \frac{n\pi}{a}$  einzusetzen. Die Integrationsgrenzen sind mit  $x_1 = 0$  für die Unter- und  $x_2 = a$  für die Obergrenze gesetzt. Dies liefert:

$$c_u(x, z) = \frac{-[B_n \alpha_n z \sinh(\alpha_n z) + C_n (\sinh(\alpha_n z) - \alpha_n \cdot z \cosh(\alpha_n z))]}{\sigma_z(x = a/2, z)} \cdot \int_0^a \sin\left(\frac{n\pi}{a} \cdot x\right) \, dx \quad (2.92)$$

Nach der Integration und dem Einsetzen der Ober- und Untergrenze, erhalten wir die Formulierung der Lastausbreitungslänge  $c_u(z)$  in Abhängigkeit eines einzelnen Parameters  $z$  (*Schnittthöhe*):

$$c_u(z) = \frac{[B_n \alpha_n \cdot z \sinh(\alpha_n z) + C_n (\sinh(\alpha_n z) - \alpha_n \cdot z \cosh(\alpha_n z))]}{\sigma_z(x = a/2, z)} \cdot [\alpha_n \cdot \cos(n\pi) - 1] \quad (2.93)$$



# 3. Nichtausgesteiftes Beulfeld

## 3.1. Numerische Modellierung des nichtausgesteiften Beulfeldes

In diesem Kapitel werden einige technische und theoretische Grundlagen, sowie das Vorgehen und die getroffenen Annahmen bei der numerischen Modellierung erläutert, die anschließend für die Parameterstudie genutzt werden. Die Modellierung erfolgt dabei mittels der FEM-Software ABAQUS/CAE [8] und Dlubal RFEM [18].

Um die große Anzahl an Parametern zu modellieren, bedarf es der Zuhilfenahme von *Abaqus Scripting*. Dabei wird die in Abaqus eingebaute Schnittstelle genutzt, die uns erlaubt, quelltextbasierte Python-Scripte in das Programm zu laden. Abaqus stellt hierfür eine Dokumentation in Form eines *User's Manual* [7] und *Reference Manual* [6] zur Verfügung.

In diesem Kapitel wird die Modellierung des *nicht ausgesteiften* Systems erläutert. Die numerische Modellierung des nicht ausgesteiften Beulfeldes wird in einem ersten Schritt mittels LBA (lineare Beulanalyse) durchgeführt. Aus dieser Analyse werden die Eigenformen (auch Eigenmoden genannt) und der kritische Lasteigerungsfaktor  $\alpha_{cr}$  entnommen. Die Eigenform wird, wie später beschrieben wird, als Ersatzimperfektion für die anschließende GMNIA-Untersuchung (*Geometrisch und materiell nichtlineare Analyse unter Berücksichtigung von Imperfektionen*) herangezogen. Mit der GMNIA-Untersuchung soll das reale Tragverhalten des Beulfeldes ermittelt werden.

Des Weiteren sollen in diesem Kapitel die in 2.6 vorgestellten Methoden zur Ermittlung der Spannungsverteilung  $\sigma_z(z)$  und  $c_u(z)$  parametrisch untersucht werden.

### 3.1.1. Geometrie

Die Generierung des FE-Modells eines nichtausgesteiften Beulfeldes in Abaqus kann entweder durch Extrusion eines Linienelements oder durch Definition der äußeren Begrenzung des Beulfeldes erfolgen. Die Zuweisung des Bauteils (engl. *parts*) erfolgt im Anschluss an die Erzeugung des Querschnitts (engl. *Sections*). Bei der Erzeugung des Querschnitts gehen wir von einem Beulfeld homogener Dicke aus. Dieses Ausgangsmodell ist für die Erzeugung eines *journal files (.jnl)* notwendig, das anschließend als Grundlage für das Python-Skript dient. Im Python-Skript können schließlich geometrische Angaben wie Beulfeldlänge  $a$ , Beulfeldhöhe  $b$  und die Beulfelddicke  $t$  parametrisiert werden.

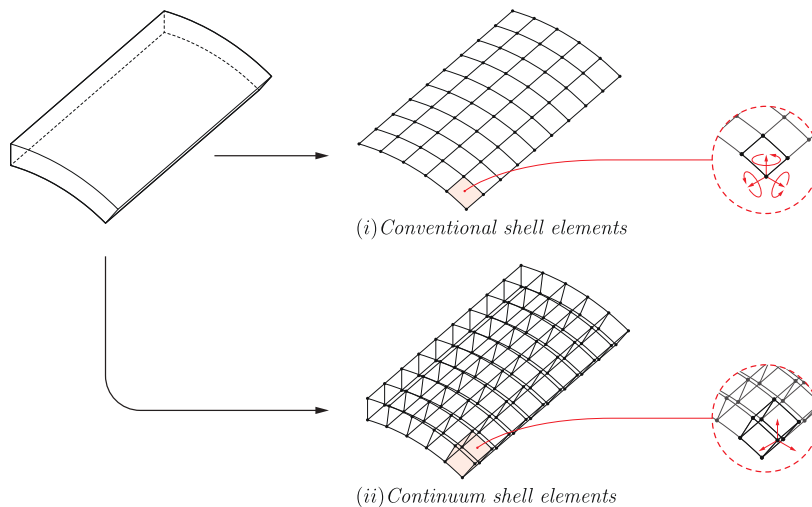
### 3.1.2. Elementtyp und Elementgröße

Für das Modell wurden S4R-Elemente des Typs *shell element* (Schalenelement) benutzt. Schalenelemente werden für die Modellierung von Strukturen herangezogen, bei denen eines der Dimensionen (hier: die Beulfelddicke  $t$ ) wesentlich kleiner ausfällt als die anderen geometrischen Abmessungen (Beulfeldlänge  $a$  und Beulfeldhöhe  $b$ ).

Abaqus unterscheidet weiterhin *conventional shell elements* und *continuum shell elements* (siehe Abb. 3.1) [5, 8]. Bei den „*conventional shell elements*“ (siehe Abb. 3.1 (i)), wie sie für unsere Modellierung genutzt wurden, wird die Diskretisierung des Modells anhand einer Referenzgeometrie vorgenommen. Die Dicke  $t$  des Beulfeldes wird, wie bereits oben erläutert, beim Erzeugen des Querschnitts definiert. Die Integration über die Dicke erfolgt dabei gemäß der Standardeinstellung an fünf Punkten des Querschnitts [9]. „*Conventional shell elements*“ besitzen zudem je Knoten drei Verschiebe- und drei Rotationsfreiheitsgrade.

Bei den „*Continuum shell elements*“ (siehe Abb. 3.1 (ii)) wird nicht nur die Oberfläche, sondern der ganze dreidimensionale Körper diskretisiert. Die Dicke des Körpers wird durch Knotenelemente erzeugt. „*Continuum shell elements*“ haben im Vergleich zu „*Conventional shell elements*“ lediglich drei Verschiebefreiheitsgrade je Knoten.

Die Elementgröße hat einen großen Einfluss auf die Rechenzeit. Sie soll die deformierte Geometrie gut abbilden und dennoch wenig Rechenzeit benötigen. Ein weiterer Einflussfaktor für die Rechenzeit ist die Abmessung des FE-Netzes (Elementgröße). In [3] weist BRAUN darauf hin, dass es schwierig sei, eine allgemeine Empfehlung für die Elementgröße auszusprechen. Jedoch kann aus den Ergebnissen geschlossen werden, dass sechs Elemente des Typs S4R (ANSYS-Element: SHELL181) für die Abbildung einer Halbwelle ausreichend genau sind. In unserem Modell wurde eine Elementgröße von 20 mm gewählt, das bei der kleinsten Abmessung der Modelle (200 mm), zehn Elemente für die Abbildung einer Halbwelle erlaubt.



**Abbildung 3.1.:** Dargestellt sind die zwei Varianten zur Modellierung von Schalenelementen in Abaqus. Weiterhin sind die Freiheitsgrade an die jeweiligen Elementknoten illustriert (nach [5]).

### 3.1.3. Lagerungsbedingungen

#### Modell A

*Modell A* soll der Validierung mit dem prEN 1993-1-5 Abschn. 6.4.2 [15] dienen. Um die kritische Knickspannung  $\sigma_{cr,c}$  zu untersuchen, soll wie in Abschnitt 6.4.2(1) beschrieben, die Lagerung des Modells entlang der nichtbelasteten Ränder gelöst werden, um die Verschiebung der Ränder aus der Beulfeldebene heraus zu erlauben (siehe Abb. 3.5 (iii))

auf S. 49). Diese Ränder werden jedoch in Belastungsrichtung ( $z$ -Richtung) gelagert.

Die belasteten Ränder sind wie in Abb. 3.5 (S. 49) zu erkennen in  $y$ -Richtung gelagert. Um die Verschiebung in die  $x$ -Richtung zu unterbinden, ist ein Punkt des unbelasteten Randes in der Mitte gegen diese Verschiebung gesichert.

#### Modell B

Beim *Modell B* wird die Gl.(6.12) des prEN 1993-1-5 Abschn. 6.4.2(3) [15] in Zusammenhang mit der modifizierten Knicklänge  $b_{cr}$  untersucht<sup>1</sup>. Das Modell ist hierbei identisch gelagert wie Modell A (siehe Abb. 3.5 (iv)).

#### Modell C

In *Modell C* sind die Ränder gelenkig gelagert (*Naviersche Lagerung*). Die unbelasteten Ränder werden in  $x$ -,  $y$ - und  $z$ -Richtung gegen Verschiebung, gesichert. Die zusätzliche Lagerung der unbelasteten Ränder in  $x$ -Richtung war deshalb nötig, da Beulfelder mit großem Seitenverhältnis  $\alpha$  zur Biegung neigen. Diese Lagerung soll die Ränder gegen eine Verdrehung um die  $y$ -Achse verhindern (siehe Abb. 3.5 (v)).

### 3.1.4. Belastung

Die Belastung aller Modelle erfolgt an zwei gegenüberliegenden Rändern. Mit dem Python-Skript ist es möglich viele Variationen der Lasteinleitungslängen  $c$  zu berechnen. Die Kontrolle des Programms erfolgt dabei durch ein Matlab-Skript, das die gewollten Parameter innerhalb des Python-Skripts ändert und die FE-Software mit dem Python-Skript ausführen lässt.

#### Modell A

Bei Modell A wird die Belastung beidseitig entlang des gesamten Randes aufgetragen. Dies wird für verschiedene Seitenabmessungen  $\alpha$  untersucht, jedoch bei gleicher Lastverteilung an beiden Rändern ( $\sigma_o = \sigma_u$ ) (siehe Abb. 3.5 (i)). Anhand prEN 1993-1-5 Abschn. 6.4.2(3) [15] soll das Modell durch Vergleich der kritischen Knickspannung  $\sigma_{cr,c}$  validiert werden.

#### Modell B und Modell C

Bei den Modellen B und C wird entlang eines Randes, mit variabler Lasteinleitungslänge  $c_o$ , eine konstante Belastung  $\sigma_o$  aufgetragen. Der gegenüberliegende Rand wird dabei mit der errechneten Spannung  $\sigma_u$  und Lastausbreitungslänge  $c_u$ , der in Kapitel 2.6 erläuterten Methoden, nacheinander belastet. Hier wird ebenfalls das Seitenverhältnis  $\alpha$  variiert, mit

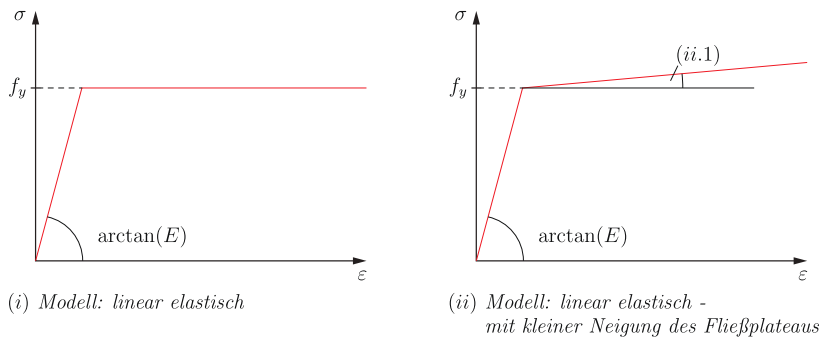
---

<sup>1</sup> In prEN 1993-1-5 Abschn. 6.4.2(5) wird die modifizierte Knicklänge mit  $a_{cr}$  angegeben. Die hier verwendete Benennung  $b_{cr}$  richtet sich nach der betrachteten Belastungsrichtung (Querrichtung).

dem Unterschied, dass das Gesamtfeld konstant bleibt und das Seitenverhältnis sich anhand unterschiedlicher Steifenlagen ändert (vgl. Abb. 3.5 (ii)).

### 3.1.5. Material

Die Modellierung des Werkstoffverhaltens erfolgt gemäß prEN 1993-1-14 Abschn. 4.3.2(1) [14]. Dort werden vier unterschiedliche Materialmodelle für warmgewalzte Profile vorgestellt. Abb. 3.2 zeigt zwei Modelle mit Fließplateau und ohne Wiederverfestigung. Für unsere Modellierung wurde die Option (ii) gewählt (bilineares Modell). Das Plateau des verwendeten Materialmodells (mit *Pseudowiederverfestigung* [52]) weist zudem eine kleine Neigung ( $E/10000$  oder einem ähnlich kleinen Wert [14] (siehe Abb. 3.2 (ii.1))), um die numerischen Probleme eines horizontalen Fließplateaus zu umgehen.



**Abbildung 3.2.:** Modellierung des Werkstoffverhaltens warmgewalzter Stähle ohne Wiederverfestigung (nach [14]). (ii) zeigt die Spannungs-Dehnungskurve des verwendeten Modells.

### 3.1.6. Berechnungssteuerung

Die LBA-Untersuchung wurde mit der *subspace iteration method* durchgeführt. Dabei handelt es sich um die Standardeinstellung zur Berechnung geometrischer und linearer Problemstellungen in Abaqus. Von Interesse ist der erste Eigenwert und daher wurden 2 Vektoren pro Schritt ( $\min\{2p; p + 8\}$ ) verwendet.

Die Berechnung wird nach 60 Iterationen abgebrochen. Die Anzahl der Iterationen wurde durch Erprobung herausgefunden, da bei einigen untersuchten Modellen nach Ablauf von 30 Iterationen (Bem.: Standardanzahl in Abaqus), kein Eigenwert gefunden wurde und die Anzahl daher erhöht werden musste.

Bei der GMNIA Untersuchung werden die materiellen und geometrischen Imperfektionen angesetzt. Bei der Berechnung wird der plastische Einfluss erfasst und stellt daher die „genauste“ Abbildung des realen Tragverhaltens einer Beulfeldstruktur dar [32].

Die zwei gebräuchlichsten numerischen Verfahren zur Lösung nichtlinearer Probleme sind die *Newton-Raphson-Methode* und das *modifizierte Riks-Verfahren*. Angelehnt an HEIDT [25], SEITZ [51] und BRAUN [3] wird auch hier das modifizierte Riks-Verfahren angewandt.

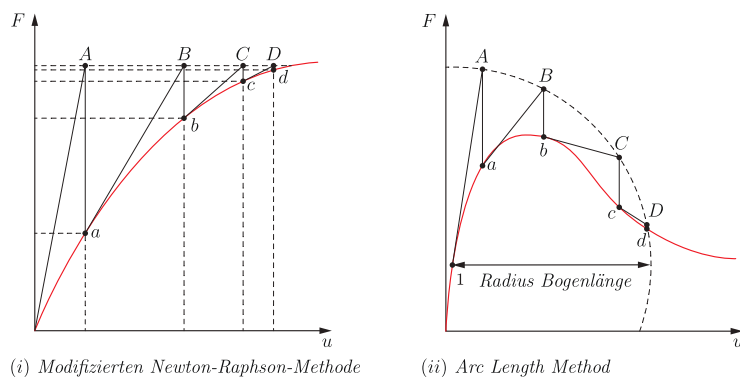
Beim Newton-Raphson-Verfahren wird die Belastung inkrementell von 0 (Null) bis zum gewünschten Wert gesteigert [53] (siehe Abb. 3.3). Es wird dabei in jedem Schritt die sogenannte Tangentensteifigkeitsmatrix  $[K_i]$  ermittelt. Die Steigerung erfolgt so lange,



bis das Residuum  $\{\Delta R\}$  minimal wird [48]. Die wiederholte Bestimmung der Steifigkeitsmatrix ist jedoch nachteilig. Bei der *modifizierten Newton-Raphson-Methode* wird die Steifigkeitsmatrix für mehrere Iterationen verwendet und erst beim  $k$ -ten Schritt erneut ermittelt. Zwar konvergiert dieses Verfahren langsamer (u.U. mehr Iterationsschritte) als die Newton-Raphson-Methode, jedoch können sich geringere Rechenzeiten ergeben, weil das Gleichungssystem nicht bei jedem Schritt erneut vollständig gelöst werden muss.

Bei dem modifizierten Riks-Verfahren, auch *Arc Length Method* (*dt. Bogenlängenverfahren*) genannt, handelt es sich um eine effiziente Methode zur Lösung nichtlinearer Gleichungen unter der Annahme, dass die bestehende Problemstellung einen oder mehrere kritische Punkte besitzt. Angewandt an eine mechanische Problemstellung können kritische Punkte als Punkte interpretiert werden, bei dem ein belasteter Körper (hier: Beulfeld) Instabilität infolge äußerer Belastungen erfährt [53]. Bei diesem Verfahren wird die Belastung als Unbekannte angesetzt. Beim ersten Iterationsschritt wird ein Bogen mit einem Radius  $\Delta l$  und dem Mittelpunkt „1“ generiert (siehe Abb. 3.3). Die Lösungspunkte liegen dabei auf dem erzeugten Bogen und nicht wie bei der Newton-Raphson-Methode, auf der Horizontalen.

**Abbildung 3.3.:**  
Darstellung des (i) *Newton-Raphson-Verfahren* und des (ii) *modifizierten Riks-Verfahren* anhand der Last-Verschiebungskurve (nach [3]).

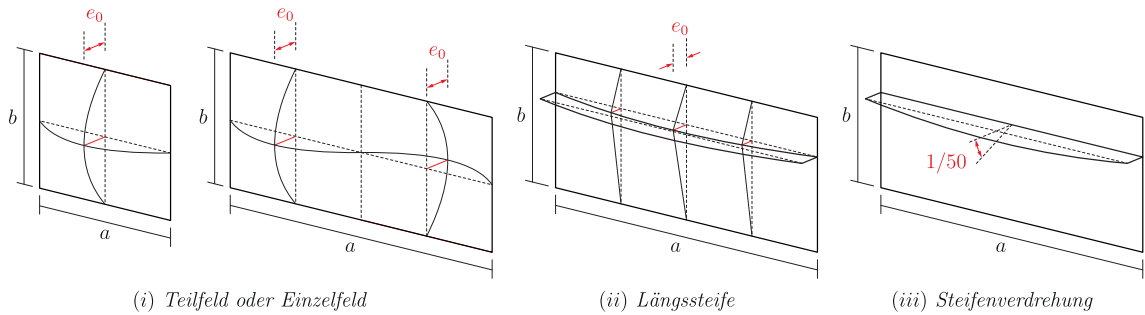


### 3.1.7. Imperfektionen

Bei der GMNIA-Berechnung sind Imperfektionen anzusetzen, wobei man zwischen geometrischen und materiellen Imperfektionen unterscheidet. Zu den Geometrischen Imperfektionen gehören bspw. Vorverformungen (bei Beulfelder in Form von Vorbeulen) oder Ungenauigkeit bei der Lasteinleitung. Zu den materiellen Imperfektionen, auch strukturelle Imperfektionen genannt, kann man die Eigenspannungen infolge des Schweißens oder Walzens bei der Fertigung nennen [25, 49].

Gemäß prEN 1993-1-14 Abschn. 4.4.2(1) [14] sind als Imperfektionen die Eigenformen aus der LBA (Linearen Beulanalyse) anzusetzen. Dabei wird auch die Empfehlung gegeben, dass der Stich „80% der geometrischen Fertigungstoleranzen“ betragen soll.

In der Regel wird die geometrische und materielle Imperfektion zusammenfassend zu einer geometrischen Ersatzimperfektion reduziert [14]. In Abb. 3.4 sind die geometrischen Ersatzimperfektionen nach prEN 1993-1-14 [14] zusammengestellt.



**Abbildung 3.4.:** Modellierung geometrischer Ersatzimperfectionen (nach [14]). Angegeben sind in (i) und (ii) die maximale Amplitude aus der Vorkrümmung  $e_0$  und in (iii) die Steifenverdrrehung  $\varphi_e = 1/50$ .

Für die hier angesetzte Untersuchung wird die Ersatzimperfection der ersten Eigenform der LBA-Berechnung angesetzt. Es werden jeweils die Amplituden ( $\min \{a/420; b/420\}$  und  $\min \{a/200; b/200\}$ ) untersucht, ungeachtet dessen, dass für Einzelfelder eine Amplitude von  $\min \{a/200; b/200\}$  empfohlen wird. Der Ansatz einer Imperfectionsamplitude von  $\min \{a/420, b/420\}$  ist auf einen Vorschlag von FISCHER [21] zurückzuführen.

### 3.1.8. Parameterbereich

Abb. 3.5 zeigt den Aufbau der untersuchten Beulfelder. Im Folgenden ist der Parameterbereich zu den dargestellten Beulfeldern, aufgelistet (siehe Tab. 3.1 und 3.2).

#### Modell A

**Tabelle 3.1.:** Parameterbereich des Modells A.

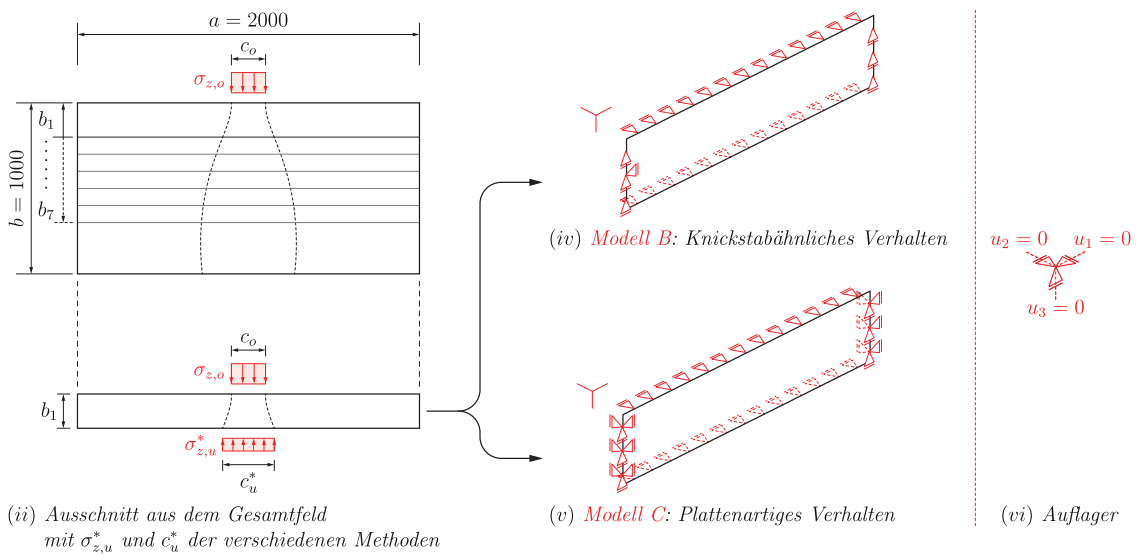
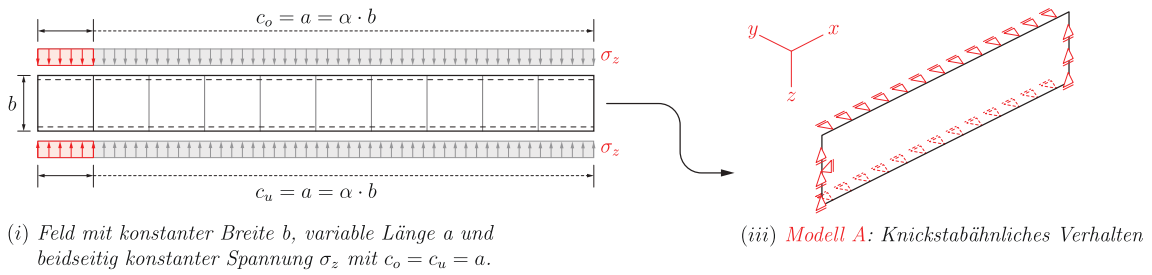
$\alpha$	$b$ [mm]	$t$ [mm]	$c_o/a = c_u/a$	$\sigma_o = \sigma_u$ [N/mm <sup>2</sup> ]
1,0; 1,25; 1,5; ... 10	1000	10	1	100

#### Modell B und Modell C

**Tabelle 3.2.:** Parameterbereich der Modelle B und C.

$a$ [mm]	$b$ [mm]	$b_i$ [mm]	$t$ [mm]	$c_o/a$	$\sigma_o$ [N/mm <sup>2</sup> ]
2000	1000	200; 300; 400; ... 700	10	0,1; 0,2; 0,3; ... 1,0	100

Die Parameter  $c_u^*$  und  $\sigma_u^*$  (siehe Abb. 3.5 (ii)) werden für *Modell B* nach der analytischen Methode ermittelt. Bei *Modell C* werden diese Parameter nach der Methode des BAST-Heftes, dem COMBRI-Forschungsprojekts und analytisch ermittelt. Des Weiteren wird eine Kombination aus dem Spannungsverlauf  $\sigma_u^*$  des COMBRI-Forschungsprojekts und der Lastausbreitungslänge  $c_u^*$  des BAST-Heftes untersucht.



**Abbildung 3.5.:** Darstellung der Geometrie, Belastung und Lagerungsbedingungen der Modelle A, B und C (von (i) bis (v)). In (vi) sind die verwendeten Lager dargestellt.

## 3.2. Parameterstudie des nichtausgesteiften Beulfeldes

Die folgende Parameterstudie ist in zwei Teile unterteilt. 3.2.1 bis 3.2.4 behandelt die Untersuchung des Spannungsverlaufs  $\sigma_z(z)$  und der Lastausbreitungslänge  $c_u(z)$ , infolge einseitig eingeleiteter Querspannungen.

Nach Validierung des Modells A in 3.2.5, soll für Modell B in 3.2.5 der Einfluss unterschiedlicher Seitenverhältnisse  $\alpha$  und Lasteinleitungsverhältnisse  $c/a$ , auf die kritische Knicklast  $\sigma_{cr,c}$  untersucht werden.

Im Anschluss soll in 3.2.6 eine LBA-Untersuchung des Modells C durchgeführt werden, wobei die kritische Beullast  $\sigma_{cr,p}$  anhand unterschiedlicher Seitenverhältnisse  $\alpha$  und Lasteinleitungslängenverhältnisse  $c/a$  untersucht werden soll. In 3.2.7 folgt eine GMNIA-Untersuchung des Modells C. Dabei sollen die Methoden zur Ermittlung des Spannungsverlaufs  $\sigma_z(z)$  und der Lastausbreitungslänge  $c_u(z)$  angewendet und miteinander verglichen werden.

Abschließend sollen Schlussfolgerungen und Empfehlungen zu den genannten Untersuchungen ausgesprochen werden.

### 3.2.1. Untersuchung der Spannungsverteilung und der Lastausbreitungslänge gemäß analytischer Lösung

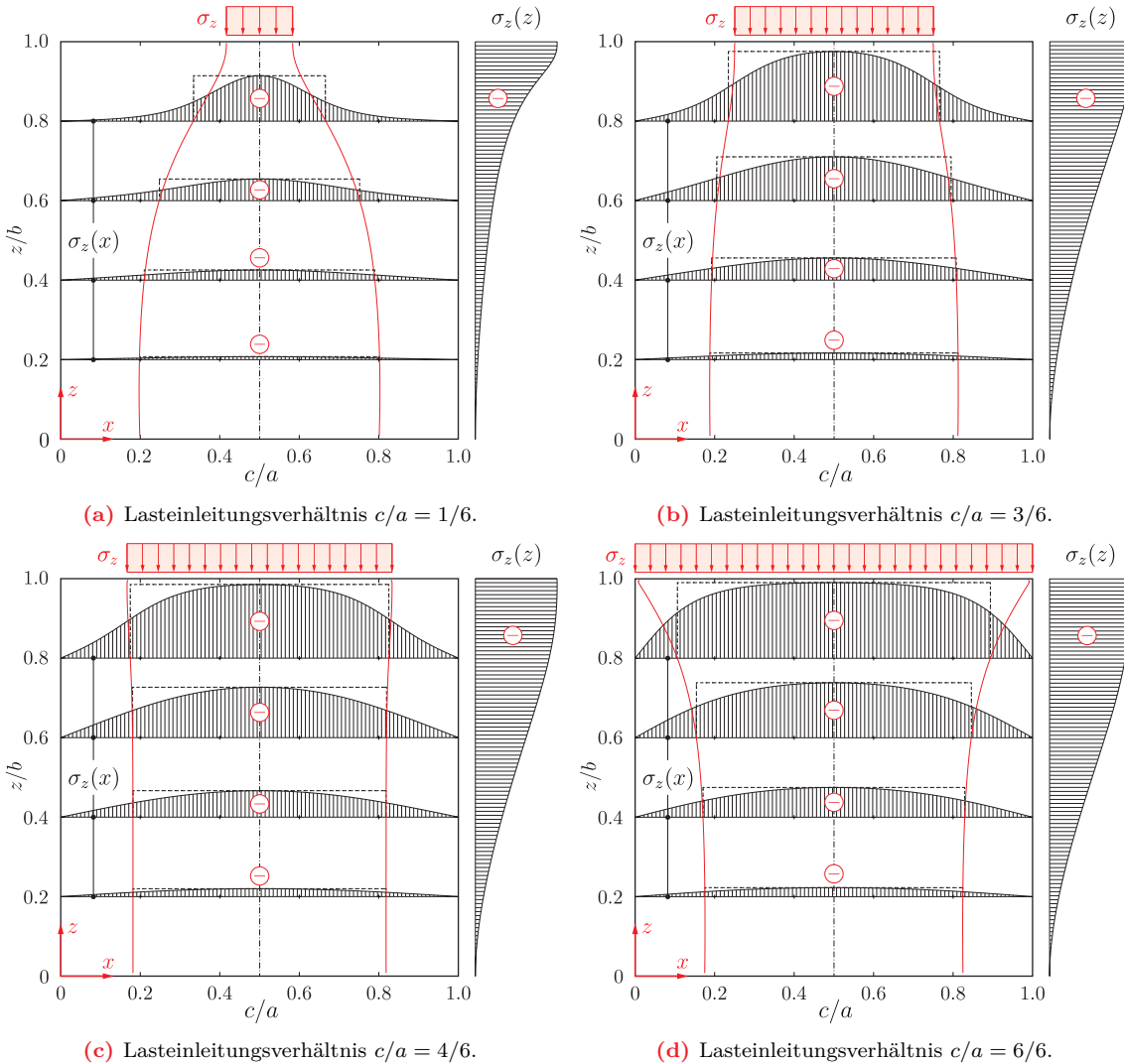
#### Spannungsverteilung $\sigma_z(z)$

Aus allen gegebenen Methoden ist die analytische Methode die genaueste und dient daher, wie in den kommenden Abschnitten zu sehen sein wird, für die vergleichende Untersuchung der anderen Methoden als Referenz.

In diesem Abschnitt wird zu der Untersuchung der Spannungsverteilung  $\sigma_z(z)$ , der Einfluss der Fourierelementzahl auf die Genauigkeit des Spannungsverlaufs untersucht. Denn, wie in 2.6.3 erwähnt, ist die unstetige Belastung der quergerichteten Spannung mittels FOURIER-Reihe durch eine stetige Funktion anzunähern, da eine derartige Belastung keine geschlossene Lösung besitzt [1, 23, 24].

In Abb. 3.6 wird der Spannungsverlauf eines Feldes mit dem Seitenverhältnis von  $\alpha = 1,0$  und unterschiedliche  $c/a$ -Verhältnisse untersucht. Zu den Spannungen  $\sigma_z(z)$  (in  $z$ -Richtung) sind die Spannungen  $\sigma_z(x)$  in  $x$ -Richtung für Schnitte in  $z/b = 0,2; 0,4; 0,6$  und  $0,8$  illustriert.

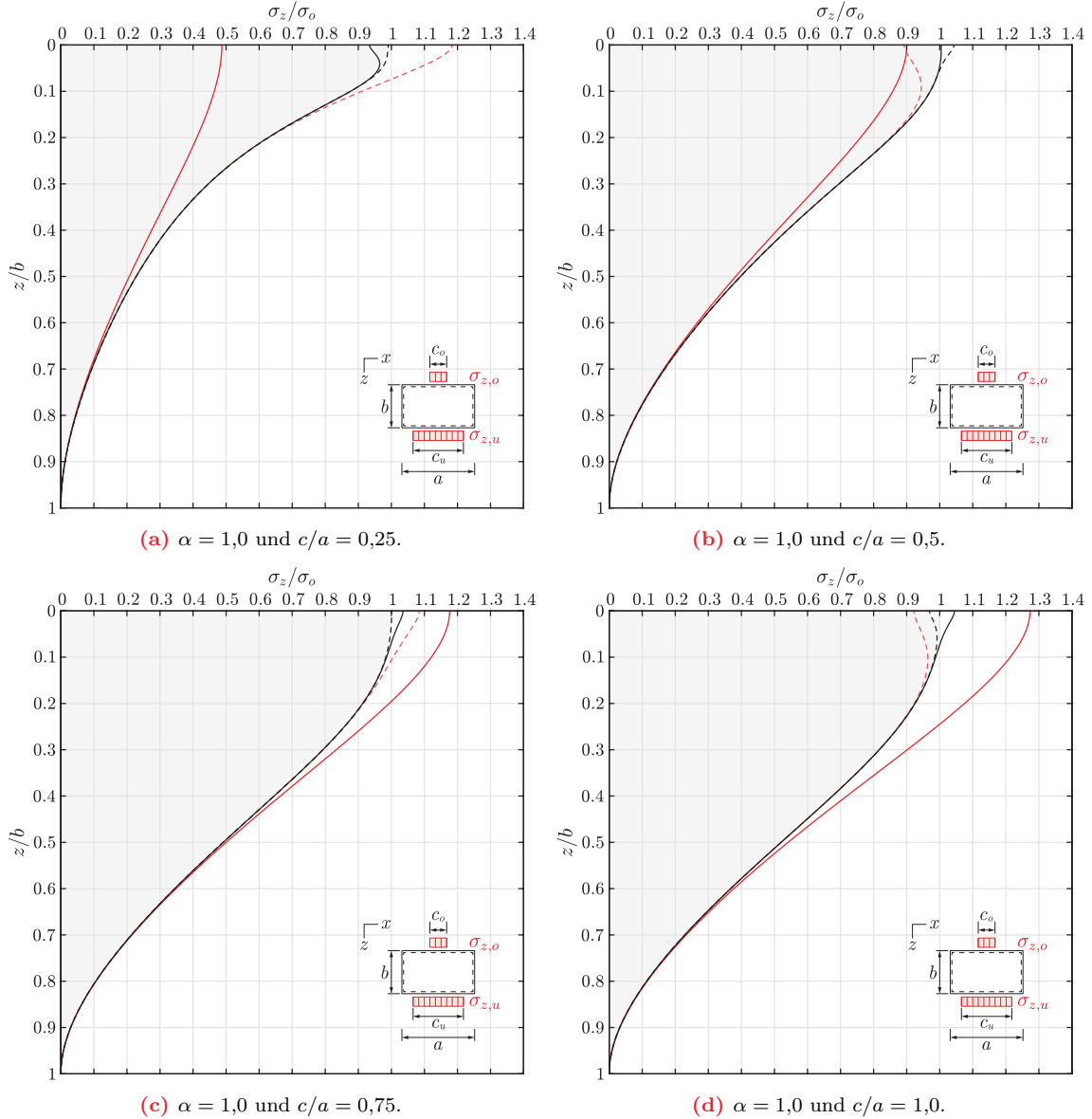
In Abb. 3.6(a) zeigt der Spannungsverlauf  $\sigma_z(z)$  einen schnellen Abfall aufgrund eines kleinen Lasteinleitungsverhältnisses von  $c/a = 0,17$ . Bei den Abb. 3.6(b) bis 3.6(d) ist durch die Zunahme des  $c/a$ -Verhältnisses eine stetige Abnahme der Krümmung der Spannungsverläufe  $\sigma_z(z)$  und  $\sigma_z(x)$  zu erkennen.



**Abbildung 3.6.:** Spannungsverlauf  $\sigma_z(z)$  und Verlauf der Lastausbreitungslänge  $c_u(z)$  (—) der analytischen Lösung in Abhängigkeit des Lasteinleitungsverhältnisses  $c/a$  und einem Seitenverhältnis von  $\alpha = 1,0$ . Weiterhin sind bei  $z/b = 0,2; 0,4; 0,6$  und  $0,8$  die Verläufe der Querspannungen in Längsrichtung  $\sigma_z(x)$  dargestellt. Das Rechteck (---) zeigt den äquivalenten, konstanten Spannungsverlauf in den betrachteten  $z/b$ -Schnitten. Weiterhin sind die Vorzeichen der jeweiligen Spannungen gegeben. Der besseren Sichtbarkeit wegen sind die Spannungsverläufe  $\sigma_z(z)$  und  $\sigma_z(x)$  mit einem Skalierungsfaktor ( $f_{scale} = 3,0$ ) vergrößert worden.

In den Abb. 3.7 und 3.8 (auf S. 52 ff.) sind für ein Feld des Seitenverhältnisses  $\alpha = 1,0$  und unterschiedlichen  $c/a$ -Verhältnissen, der Zusammenhang zwischen der Elementzahl  $n$  und der Genauigkeit der Spannungsverteilung  $\sigma_z(z)$  dargestellt. Wie angesprochen (siehe Kapitel 2.6.3) sind lediglich die ungeraden Elemente ( $n = 1, 3, 5 \dots$ ) von Bedeutung, da bei symmetrischer Belastung die geraden Elemente 0 (Null) ergeben und daher verworfen werden. Im Folgenden wird die Anzahl der verwendeten Fourierelemente  $n$  mit dem größten Element angegeben. Damit ist die Summe aller ungeraden Elemente bis zum besagten größten Element gemeint.

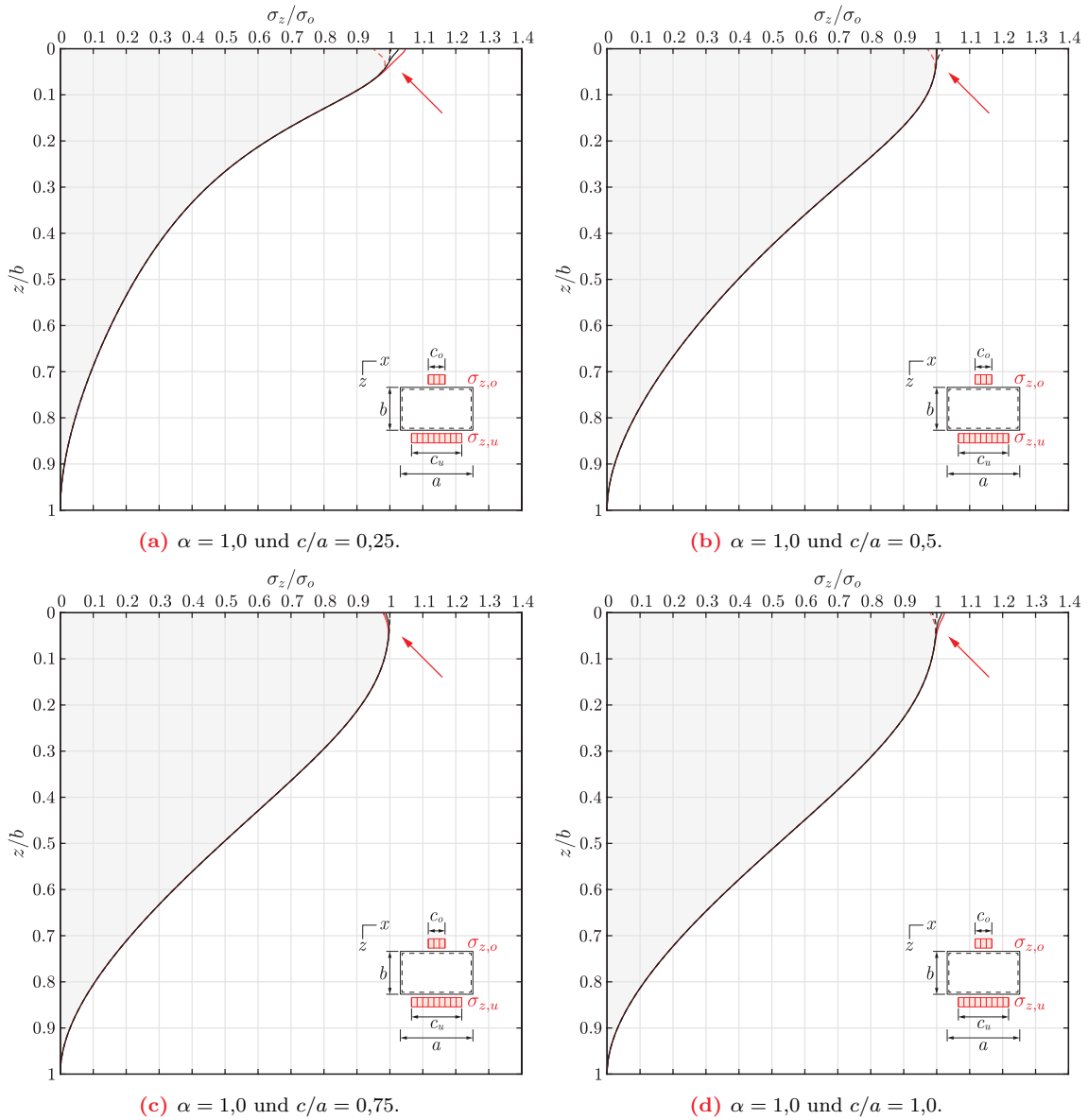
Es ist zu erkennen (Abb. 3.7), dass ein Element ( $n = 1$ ) offensichtlich nicht ausreicht, um den genauen Verlauf (hier mit den Elementen  $n = 99$  dargestellt) abzubilden. Für  $n = 19$  sieht die Anpassung besser aus, jedoch ist bis zu einer Distanz von etwa  $0,1 \cdot z/b$  unter der Lasteinleitung, wo eine Abweichung von der genauen Lösung zu erkennen ist.



**Abbildung 3.7.:** Spannungsverlauf  $\sigma_z(z)$  gemäß analytischer Lösung für  $\alpha = 1,0$ , in Abhängigkeit der Elementzahl  $n$  und des Lasteinleitungsverhältnisses  $c/a$ . Der Rand der grauen Fläche zeigt die genaue Lösung mit einer großen Anzahl an Fourierelementen ( $n = 99$ ). Des Weiteren sind abgebildet: Kurve (—) mit  $n = 1$ , Kurve (- - -) mit  $n = 7$ , Kurve (—) mit  $n = 13$  und Kurve (- - -) mit  $n = 19$ .

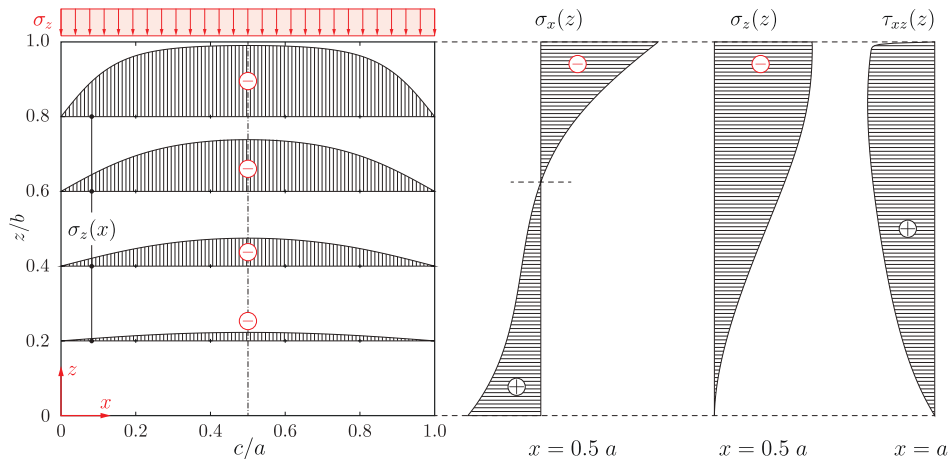
Eine weitere Steigerung der Elementzahl mit  $n = 25, 31, 37$  und  $n = 43$  bewirkt lediglich eine Verbesserung des Spannungsverlaufs in den randnahen Bereichen (durch roten Pfeil in Abb. 3.8 gekennzeichnet).

Im Anhang (Abb. A.4 bis A.6 auf S. 134 ff.) sind weitere Studien zur Anzahl der Fourierelemente in Abhängigkeit von  $\alpha$  und  $c/a$  dargestellt.



**Abbildung 3.8.:** Spannungsverlauf  $\sigma_z(z)$  gemäß analytischer Lösung für  $\alpha = 1,0$ , in Abhängigkeit der Elementzahl  $n$  und des Lasteinleitungsverhältnisses  $c/a$ . Der Rand der grauen Fläche zeigt die genaue Lösung mit einer großen Anzahl an Fourierelementen ( $n = 99$ ). Des Weiteren sind abgebildet: Kurve (—) mit  $n = 25$ , Kurve (- - -) mit  $n = 31$ , Kurve (—) mit  $n = 37$  und Kurve (- - -) mit  $n = 43$ . Der rote Pfeil zeigt den Bereich der Verbesserung infolge höherer Anzahl an Fourierelementen.

In Abb. 3.9 und in Abb. A.7 (S. 137) sind die Spannungsverläufe  $\sigma_z(z)$  und  $\sigma_x(z)$  in Feldmitte ( $c/a = 0,5$ ) und die Schubspannung  $\tau_{xz}(z)$  am rechten Feldrand ( $c/a = 1,0$ ) illustriert. Anders als bei symmetrischer Belastung, führt die einseitig aufgetragene Belastung  $\sigma_z$  zu Biegemomenten im Beulfeld, die in Längsspannungen  $\sigma_x(x,z)$  resultieren. Diese einseitige Belastung steht dabei mit den Schubspannungen  $\tau_{xz}(z)$  der äußeren Ränder im Gleichgewicht.



**Abbildung 3.9.:** Darstellung der Spannungsverläufe  $\sigma_x(z)$ ,  $\sigma_z(z)$  bei  $x = 0,5a$  und  $\tau_{xz}(z)$  bei  $x = a$ , anhand eines Feldes des Seitenverhältnisses von  $\alpha = 1,0$  und des Lasteinleitungsverhältnisses  $c/a = 1,0$ . Weiterhin sind die Vorzeichen der jeweiligen Spannungen gegeben. Der besseren Sichtbarkeit wegen sind die Spannungsverläufe mit einem Skalierungsfaktor ( $f_{scale} = 3,0$ ) vergrößert worden.

### Lastausbreitungslänge $c_u(z)$

In Abb. 3.14 (S. 58) werden vergleichend die Methoden in 2.6 zur Ermittlung der äquivalenten Lastausbreitungslänge  $c_u(z)$ , als Funktion der Variable  $z$  aufgezeigt. Diese werden für unterschiedliche  $c/a$ -Verhältnisse dargestellt. Bei der Lastausbreitungslänge  $c_u(z)$  der analytischen Methode zeigt sich bei einem Seitenverhältnis  $\alpha = 1,0$  und einem Lasteinleitungsverhältnis von etwa  $c/a < 0,67$  eine Zunahme der Lastausbreitungslänge  $c_u(z)$  vom Lasteinleitungsrand nach unten (vgl. hierzu Abb. 3.14). Bei  $c/a > 0,67$  wiederum sieht man eine Abnahme der Lastausbreitungslänge  $c_u(z)$  vom Lasteinleitungsrand nach unten.

In Abb. A.8 (S. 138) sind weitere Untersuchungen zu der Lastausbreitungslänge  $c_u(z)$  in Abhängigkeit von  $\alpha$  und  $c/a$  aufgezeigt. Bei Zunahme des Seitenverhältnisses  $\alpha$  scheinen die Lastausbreitungslängen  $c_u(z)$  der einzelnen  $c/a$ -Verhältnisse auseinander zu führen, bis  $c_u(z)$  bei einem Seitenverhältnis von  $\alpha = 3,0$ , beinahe gerade verläuft.



3.2.2. Untersuchung des Einflusses der Längssteife auf den Spannungsverlauf  $\sigma_z(z)$

Für einen Vergleich des Spannungsverlaufs der analytischen Lösung mit der der FE-Lösung, wird das Beispiel aus dem BAST-Heft B140 [33] herangezogen (siehe Abb. 3.10). Für das FE-Modell wird für diesen Fall die Software DLUBAL RFEM 5 [18] benutzt, da es für eine schnelle Modellierung dienlicher ist.

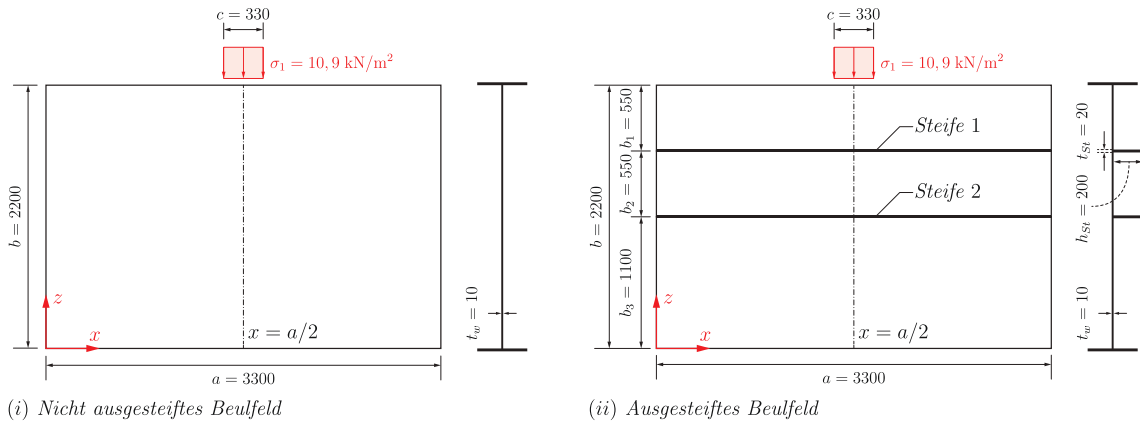


Abbildung 3.10.: Abbildungen des für die Untersuchung verwendeten *ausgesteiften* und *nicht ausgesteiften* Modells, gemäß dem Beispiel im BAST-Heft (nach [33]). Alle Maßangaben in mm.

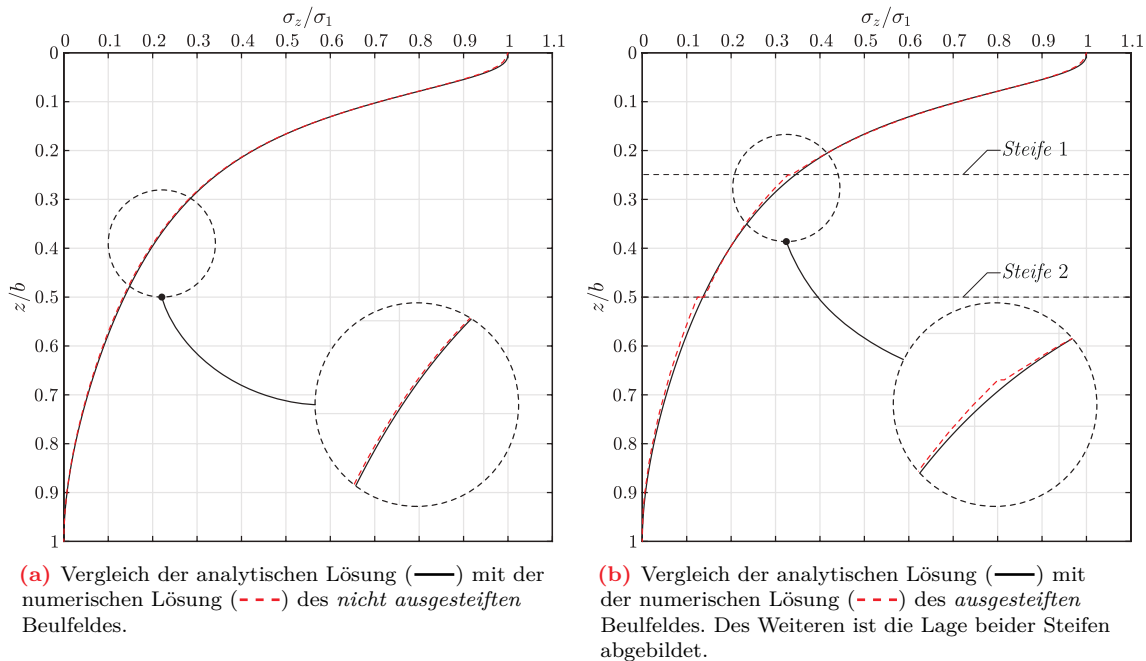


Abbildung 3.11.: Vergleich des Spannungsverlaufs  $\sigma_z(z)$  der analytischen Lösung mit den Spannungsverläufen der numerischen Lösung des *nicht ausgesteiften* und *ausgesteiften* Beulfeldes.

Es werden hierfür dieselben Lagerungsbedingungen wie im *Abaqus-Modell C* verwendet. Die Belastung wird jedoch im Vergleich zum Modell C einseitig eingeleitet (vgl. Abb. 3.10).

Zunächst wird der nicht ausgesteifte Fall untersucht und der *analytischen* Lösung gegenübergestellt. Um den Einfluss der Steifen auf den Spannungsverlauf zu untersuchen, wird ein weiteres ausgesteiftes Modell mit der analytischen Lösung verglichen.

In Abb. 3.11(a) ist ersichtlich, dass die FE-Lösung und die analytische Lösung beinahe deckungsgleich sind. Abb. 3.11(b) zeigt, dass im Bereich der Steife zu einem leichten Abfall der Spannungen  $\sigma_z(z)$  kommt.

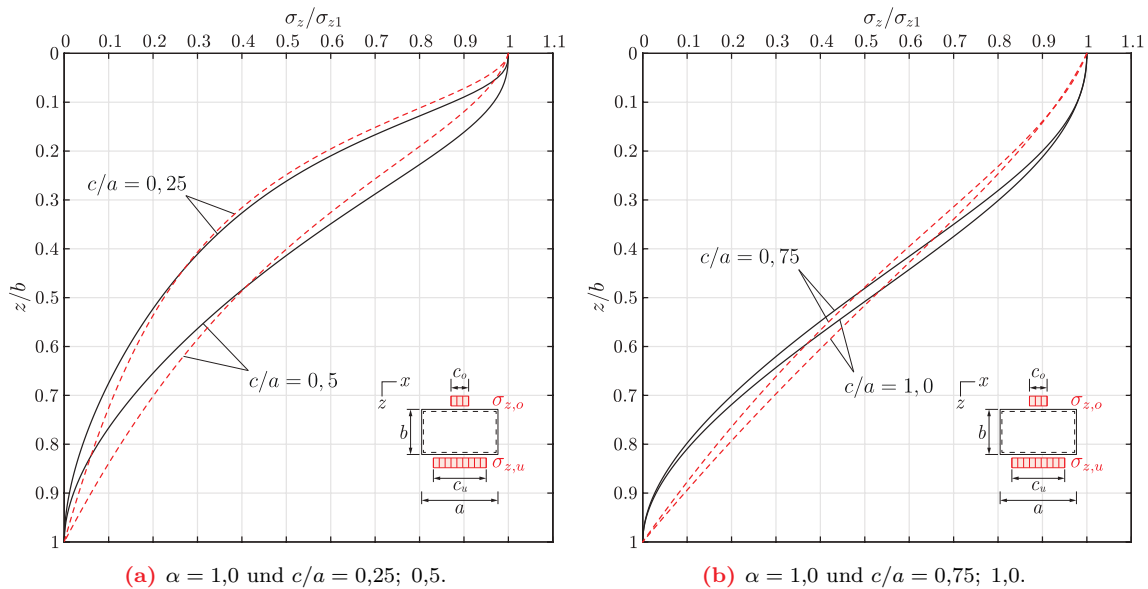
### 3.2.3. Untersuchung der Spannungsverteilung und der Lastausbreitungslänge nach Ansatz des COMBRI-Forschungsprojekts

#### Spannungsverteilung $\sigma_z(z)$

Abb. 3.12 zeigt die Spannungsverläufe  $\sigma_z(z)$  in Abhängigkeit der Höhe  $z$  und dem Seitenverhältnis  $\alpha = 1,0$ . Es ist zu erkennen, dass die aufgeführte Methode des COMBRI-Forschungsprojekts [37] hinreichend gute Ergebnisse, im Vergleich mit der analytischen (*genauen*) Lösung, liefert.

Die Spannungen unter dem belasteten Rand bis etwa der Hälfte des Feldes werden dabei leicht unterschätzt. Bei steigendem  $c/a$ -Verhältnis zeigt sich ab etwa  $z/b = 0,5$  bis  $z/b = 1,0$  eine Überschätzung der Spannungen  $\sigma_z$ .

Weitere Studien sind der Abb. A.2 (S. 132) zu entnehmen.



**Abbildung 3.12.:** Vergleich der Spannungsverläufe  $\sigma_z(z)$  des analytischen Ansatzes (—) mit dem Ansatz des COMBRI-Forschungsprojekts (---), in Abhängigkeit des  $c/a$ -Verhältnisses. Das betrachtete Seitenverhältnis ist  $\alpha = 1,0$ .

### Lastausbreitungslänge $c_u(z)$

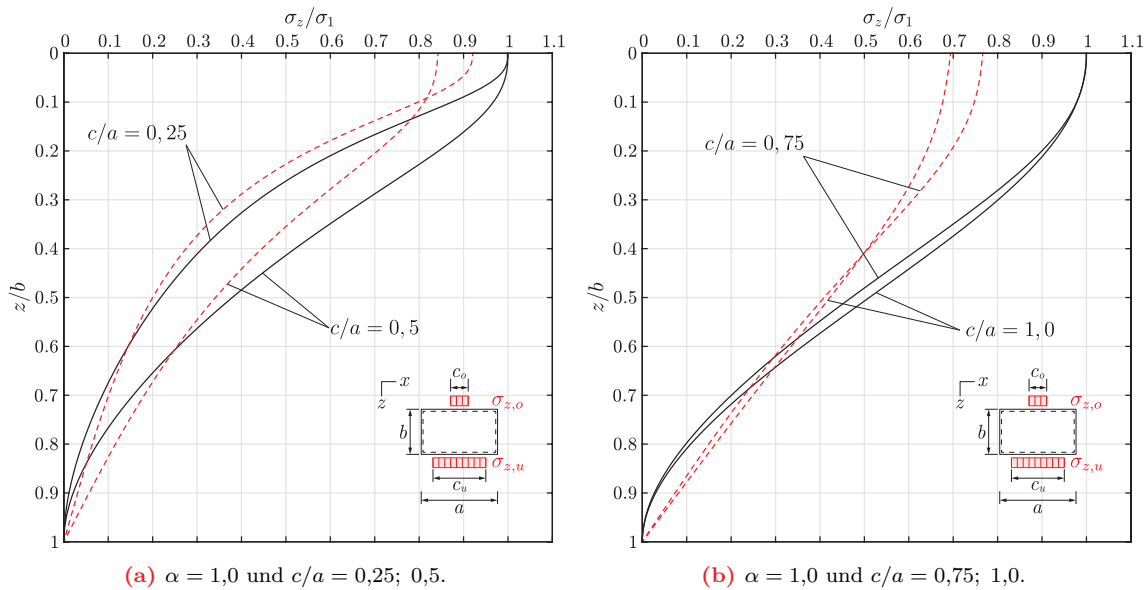
Die Lastausbreitungslänge  $c_u(z)$  des COMBRI-Forschungsprojekts (schwarz gestrichelt) zeigt einen beinahe linearen Verlauf (siehe Abb. 3.14 auf S. 58). Der Verlauf der Lastausbreitungslänge wird mit steigendem  $c/a$ -Verhältnis flacher und erreicht bei gegebenem Seitenverhältnis ( $\alpha = 1,0$ ) auf Höhe zwischen  $z/b = 0,4$  und  $z/b = 0,5$  die Seitenränder.

#### 3.2.4. Untersuchung der Spannungsverteilung und der Lastausbreitungslänge nach Ansatz des BAST-Heftes B140

##### Spannungsverteilung $\sigma_z(z)$

Auch hier wird die Spannungsverteilung  $\sigma_z(z)$  infolge einseitiger Querspannung in Abhängigkeit der Höhe, dem des analytischen (genauen) Verlaufs gegenübergestellt.

Wie in Abb. 3.13 ersichtlich, sind bei steigendem  $c/a$ -Verhältnis, die Unterschiede zwischen den Verläufen des BAST-Heft B140 [33] und der analytischen Lösung eindeutig erkennbar. Die Abweichungen der Verläufe des BAST-Heft B140 sind auffällig groß und unterschätzt. Weitere Studien mit unterschiedlichen Seiten- und Lasteinleitungsverhältnissen ( $\alpha$  und  $c/a$ ) sind dem Anhang (Abb. A.3 auf S. 133) zu entnehmen.

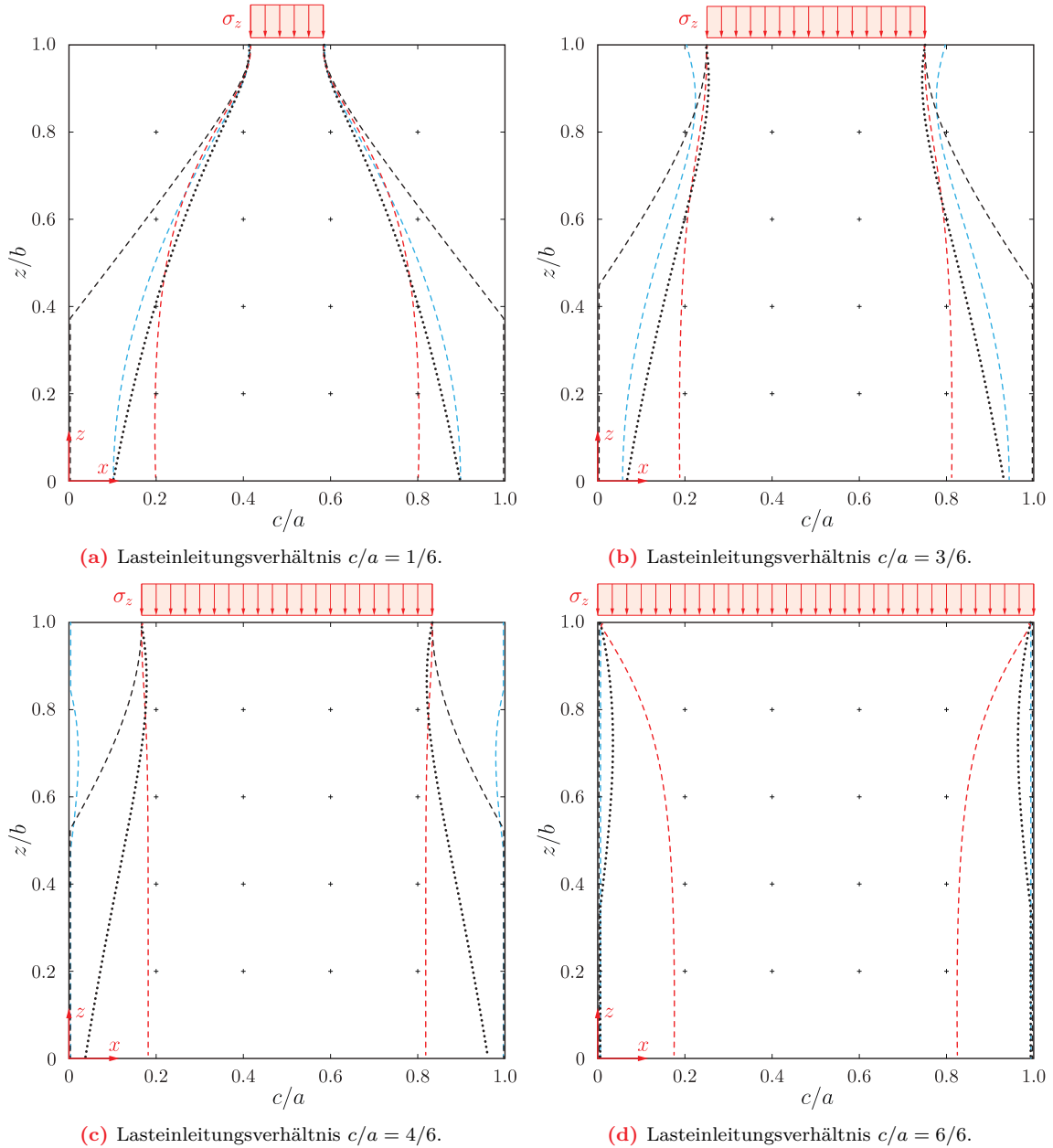


**Abbildung 3.13.:** Vergleich der Spannungsverläufe  $\sigma_z(z)$  des analytischen Ansatzes (—) mit dem Ansatz des BAST-Heftes B140 (---), in Abhängigkeit des  $c/a$ -Verhältnisses. Das betrachtete Seitenverhältnis ist  $\alpha = 1,0$ .

### Lastausbreitungslänge $c_u(z)$

Die äquivalenten Lastausbreitungslänge  $c_u(z)$  nach dem BAST-Heft B140 (blau gestrichelt) ist in Abb. 3.14 (S. 58) im Vergleich mit der analytischen Lösung (rot gestrichelt) dargestellt. Im Vergleich zeigt diese Methode einen ähnlichen Verlauf  $c_u(z)$ -Verlauf in Abhängigkeit

der Variable  $z$ . Der Grund, weshalb bei dieser Methode die Lasteinleitungslänge im oberen Randbereich (Bereich der Lasteinleitung) derart abweicht, liegt an den niedrigeren Spannungen  $\sigma_z(z)$  in diesem Bereich (vgl. Abb. 3.13). Da die Spannung  $\sigma_z(z)$  als Divisor in die Gl. 2.65 einfließt, nimmt  $c_u(z)$  bei kleiner werdendem  $\sigma_z(z)$  zu.



**Abbildung 3.14.:** Lastausbreitungslänge  $c_u(z)$  in Abhängigkeit unterschiedlicher Lasteinleitungsverhältnisse  $c/a$  und einem Seitenverhältnis von  $\alpha = 1,0$ . Dargestellt sind: Analytische Lösung (---), Lösung nach dem COMBRI-Forschungsprojekt (- - -), Lösung nach dem BAST-Heft (- - -) und die kombinierten Lösung (.....) aus dem Spannungsverlauf  $\sigma_z(z)$  des COMBRI-Forschungsprojekts und der Lastausbreitungslänge  $c_u(z)$  des BAST-Heftes.

## 3.2.5. Validierung der numerischen Modelle A und B

## LBA-Untersuchung des Modells A

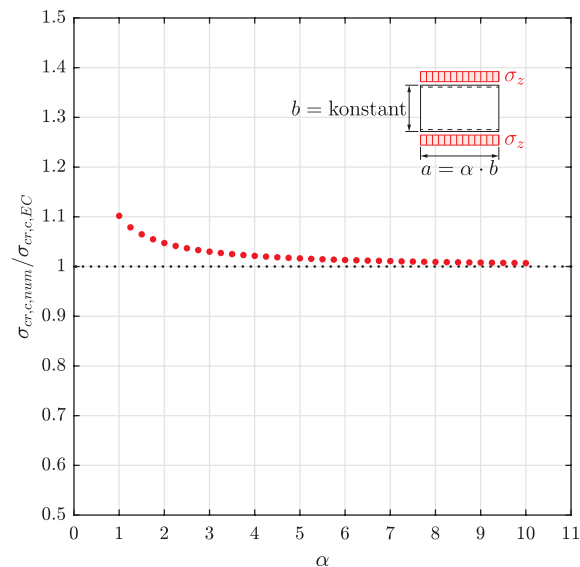
In diesem Abschnitt soll zunächst das knickstabähnliche Verhalten von Einzelfeldern untersucht werden. Dabei soll das in Kapitel 3.1 beschriebene *Modell A* eingesetzt und anhand prEN 1993-1-5 Abschn. 6.4.2 [15] validiert werden. Die Lagerungsbedingungen des Modells entsprechen dabei Abschn. 6.4.2(1) der genannten Norm, die das Entfernen der Lagerung der unbelasteten Ränder vorschreibt.

In einem ersten Schritt soll die kritische Knickspannung  $\sigma_{cr,c}$  aus prEN 1993-1-5 Abschn. 6.4.2(3) ermittelt und den kritischen Spannungen  $\sigma_{cr,c,num}$  des numerischen Modells gegenübergestellt werden. Die kritische Knickspannung<sup>1</sup>:

$$\sigma_{cr,c} = \frac{E \cdot \pi^2}{12 \cdot (1 - \mu^2)} \cdot \left(\frac{t}{b}\right)^2$$

mit:

$b$  : Länge der nichtbelasteten Seite



**Abbildung 3.15.:**

Dargestellt sind die Verhältnisse  $\sigma_{cr,c,num}/\sigma_{cr,c,EC}$  aus den numerischen und theoretischen Werten gemäß prEN 1993-1-5 Abschn. 6.4.2(3) [15]. Diese wurden für einen Intervallbereich von  $1,0 \leq \alpha \leq 10$  untersucht.

In Abb. 3.15 sind die Ergebnisse aus DIN EN 1993-1-5 Abschn. 6.4.2(3) Gl.(6.12) [15], dem des Modells A gegenübergestellt. Verglichen werden die Verhältnisse der kritischen Knickspannungen aus der FE-Lösung und den Formeln des prEN 1993-1-5 [15]  $\sigma_{cr,c,num}/\sigma_{cr,c,EC}$ , in Abhängigkeit des Seitenverhältnisses  $\alpha$ .

Der Vergleich zeigt bei kleinem Seitenverhältnis  $\alpha$  eine Abweichung von etwa 10 %. Bei steigendem  $\alpha$  nähert sich die Kurve dem Einheitswert (vgl. Abb. 3.15).

<sup>1</sup> Hinweis: In prEN 1993-1-5 [15]  $\sigma_{cr,c}$  nach [15] ermittelt sich zu wird die unbelastete Seitenlänge mit  $a$  bezeichnet.

Bedenkt man, dass knickstabähnliches Verhalten üblicherweise infolge Querspannungen bei Werten von  $\alpha > 1,0$  auftritt<sup>1</sup>, so scheint das Modell eine gute Anpassung an den bestehenden Formelsatz zu gewährleisten.

### LBA-Untersuchung des Modells B

Variiert die Größe der Spannungen an beiden Rändern, so ist zunächst die *modifizierte* Beullänge  $b_{cr}$  gemäß Abschn. 6.4.2(5) Gl.(6.14) [15] zu ermitteln:

$$b_{cr} = b \sqrt{\frac{1 + 0,88 \frac{N_1}{N_2}}{1,88}} \quad \text{mit} \quad \frac{N_1}{N_2} \leq 1,0$$

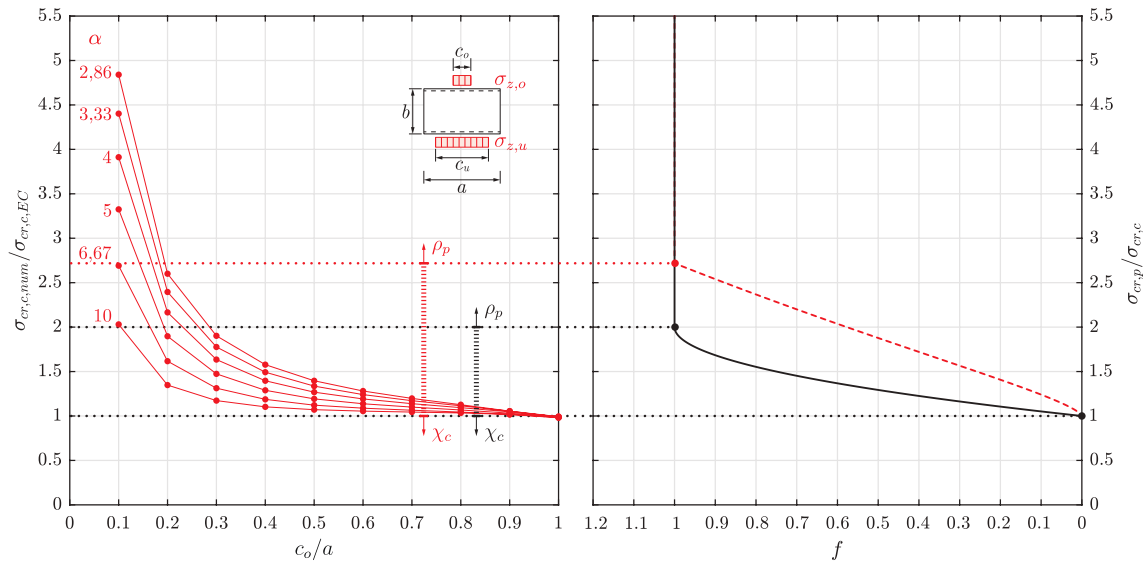
In einem weiteren Schritt soll ein numerisches Modell (*Modell B*) unter asymmetrischer Belastung ( $N_1 > N_2$ ) untersucht werden. Dabei sollen die kritischen Knickspannungen  $\sigma_{cr,c,num}$  des numerischen Modells, denen der Gl.(6.12) [15] mit modifizierte Beullänge  $b_{cr}$ , gegenübergestellt werden. Die Spannungen des gegenüberliegenden Randes  $\sigma_{z,u}$  werden anhand der *analytischen* Methode ermittelt.

In Abb. 3.16 sind die Ergebnisse dieser Untersuchung abgebildet. In der linken Bildhälfte ist das Verhältnis aus  $\sigma_{cr,c,num}/\sigma_{cr,c,EC}$  in Abhängigkeit des Seitenverhältnisses  $\alpha$  und des Lasteinleitungsverhältnisses  $c/a$  dargestellt. In der rechten Bildhälfte sind die Interpolationskurven nach prEN 1993-1-5 [15] und dem Vorschlag von POUROSTAD [43, 45, 46, 47] dargestellt.

Es ist zu erkennen, dass bei einem zunehmenden  $c/a$ -Verhältnis,  $\sigma_{cr,c,num}/\sigma_{cr,c,EC}$  abnimmt. Weiterhin ist zu bemerken, dass bei zunehmendem Seitenverhältnis  $\alpha$  die Kurven *abflachen*. Anders ausgedrückt, führen ein zunehmendes  $c/a$ - und/oder Seitenverhältnis  $\alpha$  zur Interpolation zwischen knickstabähnlichem und plattenartigem Verhalten. Bei  $c/a = 1,0$  ist das Verhältnis  $\sigma_{cr,c,num}/\sigma_{cr,c,EC} = 1,0$  und knapp im Bereich des knickstabähnlichen Verhaltens. Markiert ist dieser Bereich mit der *unteren* horizontalen Linie (gepunktete Linie).

Umgekehrt führen ein abnehmendes  $c/a$ - und/oder Seitenverhältnis  $\alpha$  vom *Interpolationsbereich* hin zu reinem plattenartigem Verhalten. Die Grenze ist durch die *mittlere* und *obere* horizontale Linie (ebenfalls gepunktet) gekennzeichnet. Die *mittlere* Grenze kennzeichnet den Übergang zwischen dem Interpolationsbereich und dem reinen plattenartigen Versagen gemäß prEN 1993-1-5 [15] und die *obere* Begrenzung den Übergang besagter Bereiche nach dem Vorschlag von POUROSTAD [43, 45, 46, 47] und ist auf Höhe von  $\sigma_{cr,p,num}/\sigma_{cr,c,EC} = e^1 \approx 2,71828$ .

<sup>1</sup> Bemerkung: In der vorliegenden Arbeit halten wir uns an die eingangs definierten Seitenbenennungen und  $b$  bezeichnet infolgedessen die Länge des *unbelasteten* Randes, weshalb knickstabähnliches Verhalten, anders als in der Literatur zu lesen, bei  $\alpha > 1,0$  auftreten kann.



**Abbildung 3.16.:** LBA Untersuchung des Modells A. In der rechten Bildhälfte sind die Interpolationskurven nach dem prEN 1993-1-5 (—) und dem Vorschlag von POUROSTAD (- - -) dargestellt. In der linken Bildhälfte sind die Ergebnisse in Abhängigkeit der Verhältnisse  $\alpha$  und  $c/a$  abgebildet. Gezeigt werden: Der Bereich des knickstabähnlichen Verhaltens ( $\chi_c$ ), des plattenartigen Verhaltens ( $\rho_p$ ) und den dazwischenliegenden Interpolationsbereich.

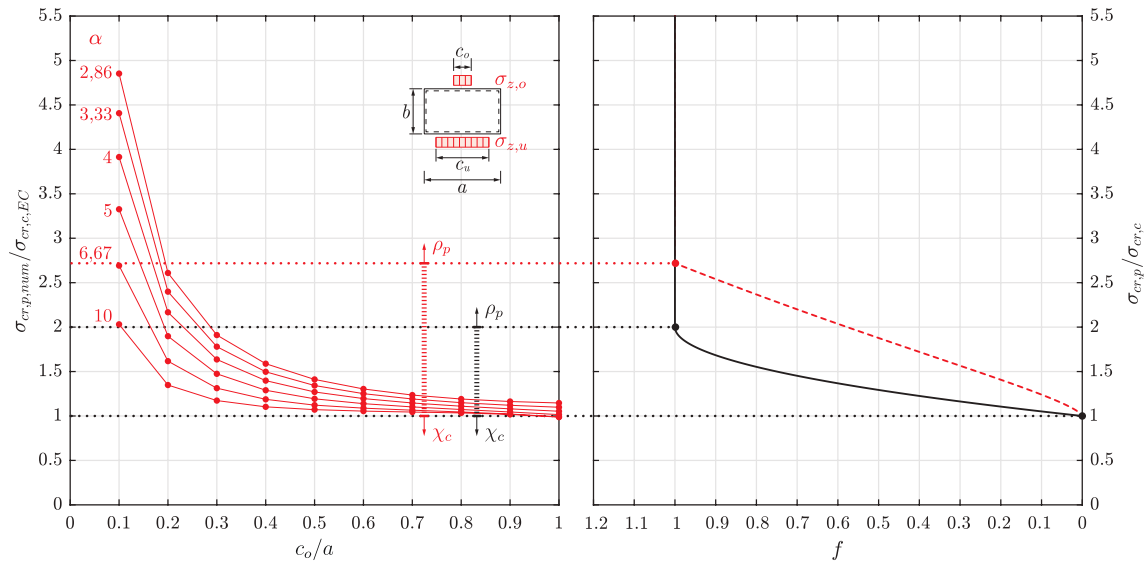
Trotz der freigesetzten Ränder, die knickstabähnliches Verhalten „forcieren“ sollen, weist das Beulfeld lediglich bei  $c/a = 1,0$  knickstabähnliches Verhalten auf. In den meisten Fällen kann von Interpolation zwischen knickstabähnlichem und plattenartigem Verhalten bis zu reinem plattenartigem Verhalten, ausgegangen werden. In Abb. A.1 (S. 130) sind vergleichend die *Beul*-Figuren in Abhängigkeit des Seitenverhältnisses  $\alpha$  und des Lasteinleitungsverhältnisses  $c/a$  abgebildet. Sie zeigen bildlich die o.g. Beobachtungen.

### 3.2.6. LBA-Untersuchung des Modells C

Nach den gewonnenen Erkenntnissen aus 3.2.5 soll nun eine LBA-Untersuchung des Modells C durchgeführt werden. Bei diesem Modell handelt es sich um den gleichen Aufbau und Parameterbereich wie Modell B, jedoch mit Navierscher Lagerung entlang aller Ränder.

Die Belastung ( $\sigma_{z,o}$ ) wird entlang des Längsrandes mit verschiedenen  $c/a$ -Verhältnissen aufgetragen. Die Spannung  $\sigma_{z,u}$  und die Lastausbreitungslänge  $c_u$  des gegenüberliegenden Randes wird analog, anhand der *analytischen* Methode ermittelt. Aus der LBA-Untersuchung werden die kritischen Verzweigungsfaktoren  $\alpha_{cr}$  für die kritische Beulspannung  $\sigma_{cr,p}$  ermittelt. Dabei soll das Verhältnis  $\sigma_{cr,p,num}/\sigma_{cr,c,EC}$  in Abhängigkeit von  $\alpha$  und  $c/a$  dargestellt werden.

Abb. 3.17 (S. 62) zeigt die Ergebnisse dieser Untersuchung. Auffällig sind die großen Übereinstimmungen der Ergebnisse mit denen in Abb. 3.16. Der einzige Unterschied zeigt sich in den Bereichen ab  $c/a > 0,7$ , wo die numerischen Ergebnisse des Modells C (Abb. 3.17) für alle  $\alpha$  parallel verlaufen. In Abb. 3.16 hingegen, laufen die Datenpunkte bei  $\alpha = 1,0$  zur unteren Begrenzung (knickstabähnliches Verhalten) hin, zusammen.



**Abbildung 3.17.:** LBA Untersuchung des Modells B. In der rechten Bildhälfte sind die Interpolationskurven nach dem prEN 1993-1-5 (—) und dem Vorschlag von POUROSTAD (- - -) dargestellt. In der linken Bildhälfte sind die Ergebnisse in Abhängigkeit der verhältnisse  $\alpha$  und  $c/a$  abgebildet. Gezeigt werden: Der Bereich des knickstabähnlichen Verhaltens ( $\chi_c$ ), des plattenartigen Verhaltens ( $\rho_p$ ) und den dazwischenliegenden *Interpolationsbereich*.

### 3.2.7. GMNIA-Untersuchung des Modells C

Um abschließend urteilen zu können, ob die Gl.(6.12) nach prEN 1993-1-5 [15] in Kombination der modifizierten Knicklänge  $b_{cr}$  nach Abschn. 6.4.2(5) zu empfehlen ist, bedarf es einer abschließenden GMNIA-Untersuchung.

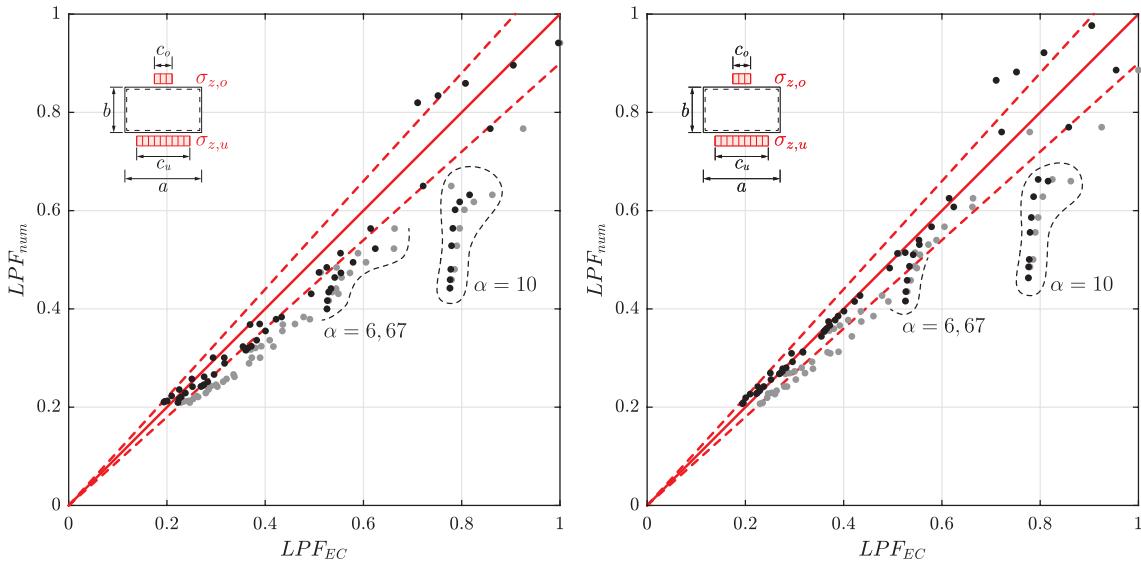
Bei dieser Untersuchung werden die in 3.1.7 genannten Imperfektionen angesetzt. Hierbei soll die numerisch ermittelte Tragfähigkeit des unausgesteiften Beulfeldes unter Querbelastung mit der Tragfähigkeit nach der Methode der reduzierten Spannungen (MRS) gemäß prEN 1993-1-5 [15] verglichen werden.

Die Belastung  $\sigma_u$  und die Lastausbreitungslänge  $c_u$  des gegenüberliegenden Randes werden wie erwähnt mit den in Kapitel 2.6 genannten Methoden ausgewertet. Des Weiteren wird eine Kombination aus der im COMBRI-Forschungsprojekt [34, 35, 36, 37] ermittelten Belastung  $\sigma_u$  und der Lastausbreitungslänge  $c_u$  des BAST-Berichtes [33] untersucht.

In den Abb. 3.18, 3.19 und 3.20 sind vergleichend die Ergebnisse der GMNIA-Untersuchung mit der errechneten Spannungsverteilung  $\sigma_u$  und der Lastausbreitungslänge  $c_u$  nach diesen Methoden aufgezeigt. Vergleichend sind die Werte mit einem Imperfektionsansatz von  $\min\{a/200, b/200\}$  und  $\min\{a/420, b/420\}$  gegenübergestellt. Des Weiteren sind auch die Werte nach der Interpolationsformel des prEN 1993-1-5 [15] (graue Punkte) und dem Vorschlag von POUROSTAD [43, 45, 46, 47] (schwarze Punkte) gegenübergestellt.

In allen aufgeführten Methoden scheint die, von FISCHER [21] vorgeschlagene Imperfektionsamplitude von  $\min\{a/420, b/420\}$  mit einer Sinus-Halbwellenform, eine bessere Anpassung der Daten zu zeigen.

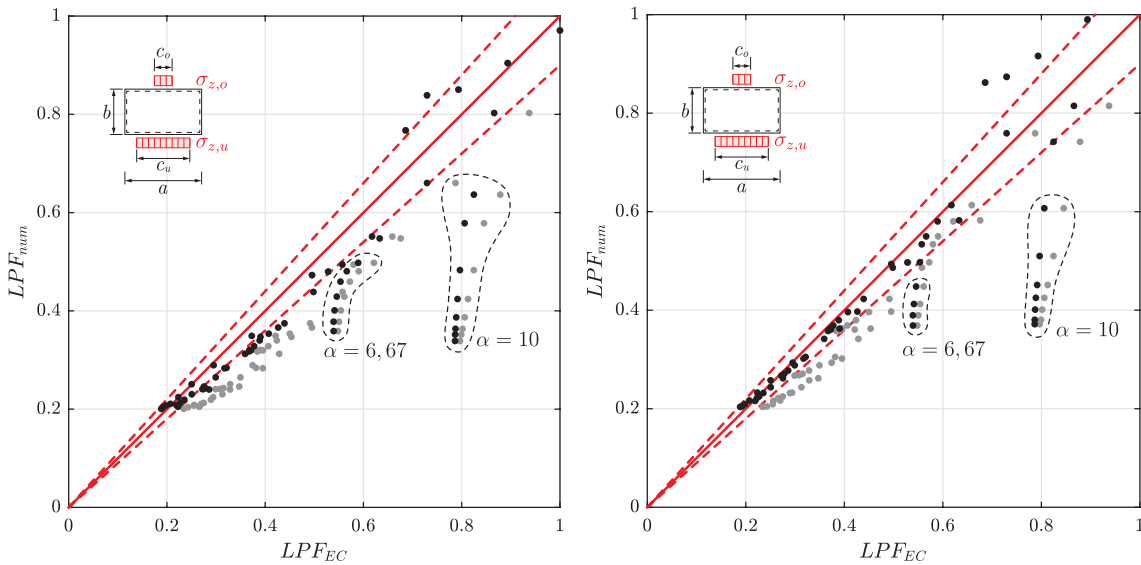




(a) Imperfektionsamplitude  $\min\{a/200, b/200\}$ .

(b) Imperfektionsamplitude  $\min\{a/420, b/420\}$ .

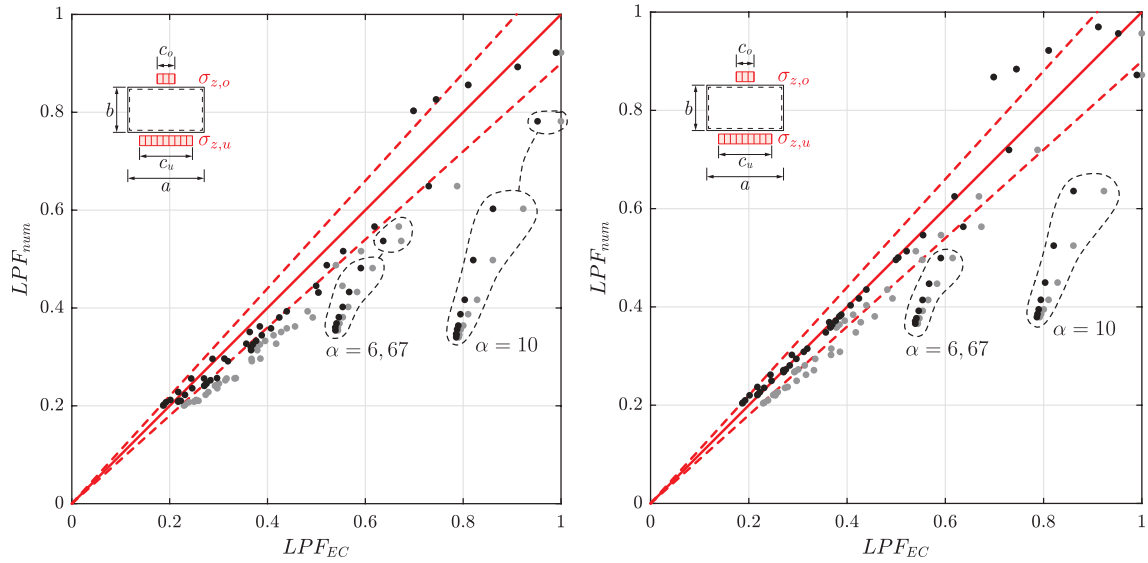
**Abbildung 3.18.:** Ergebnisse der GMNIA-Untersuchung des *Modells C*, mit Verwendung der **analytischen** Lösung zur Ermittlung des Spannungsverlaufs  $\sigma_z(z)$  und der Lastausbreitung  $c_u(z)$ . Dargestellt sind jeweils die Untersuchungen zweier Imperfektionsamplituden. Des Weiteren sind die Ergebnisse aus der Interpolationsfunktion des prEN 1993-1-5 (\*) und dem Vorschlag von POURSTAD (•) abgebildet. Es sind außerdem die *unsicheren Ergebnisse* (---) mit deren Seitenverhältnissen  $\alpha$  umkreist. (—):  $LPF_{num} = LPF_{EC}$ . (---):  $\pm 10\%$ -Abweichung.



(a) Imperfektionsamplitude  $\min\{a/200, b/200\}$ .

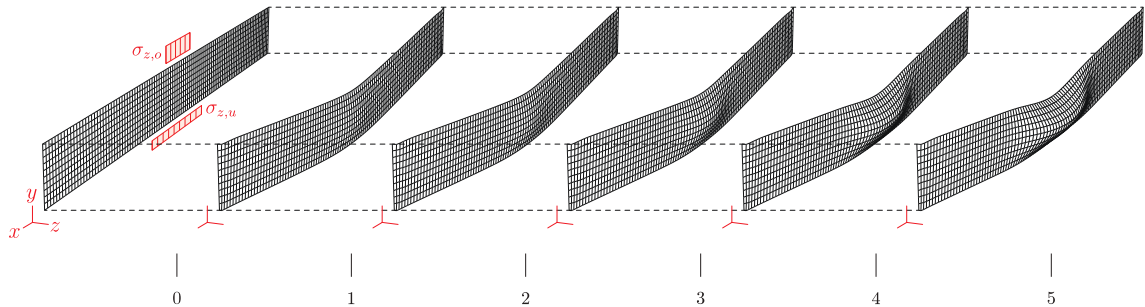
(b) Imperfektionsamplitude  $\min\{a/420, b/420\}$ .

**Abbildung 3.19.:** Ergebnisse der GMNIA-Untersuchung des *Modells C*, mit Verwendung des Ansatzes des **COMBRI-Forschungsprojekts** zur Ermittlung des Spannungsverlaufs  $\sigma_z(z)$  und der Lastausbreitung  $c_u(z)$ . Dargestellt sind jeweils die Untersuchungen zweier Imperfektionsamplituden. Des Weiteren sind die Ergebnisse aus der Interpolationsfunktion des prEN 1993-1-5 (\*) und dem Vorschlag von POURSTAD (•) abgebildet. Es sind außerdem die *unsicheren Ergebnisse* (---) mit deren Seitenverhältnissen  $\alpha$  umkreist. (—):  $LPF_{num} = LPF_{EC}$ . (---):  $\pm 10\%$ -Abweichung.

(a) Imperfektionsamplitude  $\min\{a/200, b/200\}$ .(b) Imperfektionsamplitude  $\min\{a/420, b/420\}$ .

**Abbildung 3.20.:** Ergebnisse der GMNIA-Untersuchung des Modells C, mit Verwendung der **kombinierten** Lösung zur Ermittlung des Spannungsverlaufs  $\sigma_z(z)$  und der Lastausbreitung  $c_u(z)$ . Dargestellt sind jeweils die Untersuchungen zweier Imperfektionsamplituden. Des Weiteren sind die Ergebnisse aus der Interpolationsfunktion des prEN 1993-1-5 (\*) und dem Vorschlag von POURSTAD (•) abgebildet. Es sind außerdem die *unsicheren Ergebnisse* (- - -) mit deren Seitenverhältnissen  $\alpha$  umkreist. (—):  $LPF_{num} = LPF_{EC}$ . (- - -):  $\pm 10\%$  -Abweichung.

Weiterhin ist bei allen Methoden zu erkennen, dass es bei großen Seitenverhältnissen, also in den Bereichen  $6,67 \leq \alpha \leq 10$ , zu einer Überschätzung der Tragfähigkeit kommt. Die Erklärung liegt in den numerischen Modellen, die bei größeren Seitenverhältnissen und unter *asymmetrischer* Belastung, sich zunächst in der Beulfeldebene *biegen* und anschließend *beulen* (siehe Abb. 3.21). Die anfängliche Biegung resultiert in zusätzlichen Druckbelastungen in Längsrichtung ( $\sigma_x$ ), die das Versagen durch Beulen zusätzlich begünstigen.



**Abbildung 3.21.:** Exemplarische Darstellung der Deformationsfiguren bei einem Beulfeld mit *großem* Seitenverhältnis (hier mit  $\alpha = 10$ ) und *asymmetrischer* Belastung ( $\sigma_{z,o} > \sigma_{z,u}$ ). (0) zeigt die Ausgangslage. Bei (1) biegt sich das Beulfeld anfänglich, wodurch zusätzliche, längsgerichtete Spannungen entstehen, die die Beulgefährdung des Feldes (2 bis 5) begünstigen.

Diese Biegung wird durch die Lagerungsbedingungen des schwächer belasteten Randes ermöglicht und ist in der Realität nicht gegeben. Das Einzelfeld ist in der Regel Teil eines Gesamtfeldes, weshalb von einer Biegesteifigkeit am Übergang zwischen den Einzelfeldern,

auszugehen ist.

### 3.3. Schlussfolgerungen/Empfehlungen

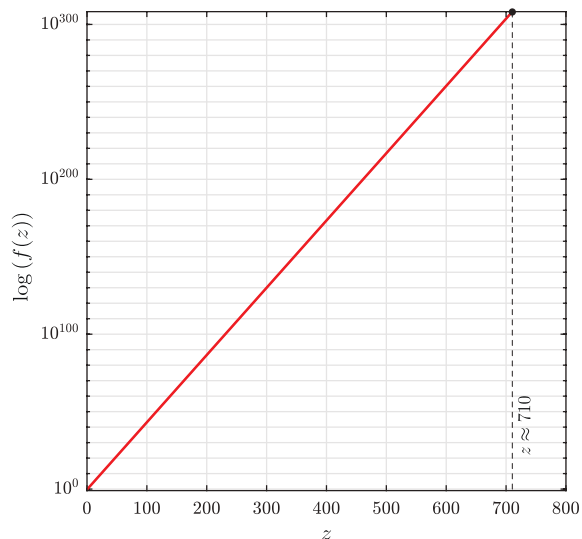
#### 3.3.1. Zu den Untersuchungen des Analytischen Ansatzes (3.2.1)

Die numerische Implementierung der analytischen Lösung ist relativ einfach mit Software wie Excel oder Matlab zu bewerkstelligen. Jedoch ist zu bemerken, dass diese Methode keine mathematischen, sondern numerische Probleme bei der Implementierung aufweist. Denn diese Programme wurden mit dem IEEE 754 [54] definiert, das festlegt, wie Zahlen gespeichert werden [42]. Die größte Zahl, die eines dieser Programme verarbeiten kann, ist  $1.79769313486232 \times 10^{308}$ . Bei Überschreitung dieser Zahl gibt das Programm keinen Zahlenwert, sondern `Inf` (englisch für „infinity“, also „unendlich“) an. Jede Rechenoperation, bei der mindestens ein Operand  $\infty$  (`Inf`) ist, erzeugt wiederum keinen Zahlenwert, sondern `NaN` (englisch für „Not a Number“, also „keine Zahl“), was „einem undefinierten oder nicht darstellbaren Wert entspricht“ [55].

**Abbildung 3.22.:**

Abgebildet sind die Hyperbelfunktionen  $f(z) = \sinh z$  und  $f(z) = \cosh z$  (—). Die Funktionswerte  $f(z)$  sind auf der logarithmischen Skala abgebildet, um den großen Wertebereich abbilden zu können.

Bei dargestellter Größenordnung verdecken sich beide Kurven, weshalb nur die  $\cosh$ -Funktion sichtbar ist. Weiterhin ist der Wert markiert ( $z \approx 710$ ), dessen Funktionswert, ein Datenverarbeitungsprogramm maximal verarbeiten kann.



Betrachtet man nun in Abb. 3.22 die Hyperbelfunktionen  $\cosh z$  oder  $\sinh z$ , so erkennt man, dass die Ordinatenwerte dieser Funktionen extrem steil zunehmen. Betrachtet man die Inverse dieser Funktionen, so kann  $z$  maximal einen Wert von  $z \approx 710$  annehmen.

Das Argument der Hyperbelfunktionen ist von der Anzahl der Fourierelemente  $n$ , der Seitenlänge  $a$  und der Variable  $z$  abhängig, die einen Wert  $0 \leq z \leq b$  annehmen kann, wie nachfolgend am Beispiel einer herausgenommenen  $\cosh$ -Funktion zu sehen ist.

$$\cosh\left(\frac{n\pi}{a} \cdot z\right) \quad (3.1)$$

Bei  $z = b$  kann die Gleichung 3.1 zu  $\cosh(n \cdot \pi/\alpha)$  vereinfacht werden.  $\alpha$  ist dabei das Seitenverhältnis.

In der Regel nimmt  $\alpha$  einen überschaubaren Wert, der weit unter des o. g. Wertes von  $z \approx 710$  liegt. Des Weiteren wird der Kehrwert von  $\alpha$  eingesetzt, der für  $\alpha > 1,0$  das Argument der Funktion reduziert und nicht steigert. Daher kann gefolgert werden, dass die Höhe des Argumentes der Funktion von der Anzahl der Elemente  $n$  abhängt und weniger von den geometrischen Abmessungen  $a$  und  $b$ .

In 3.2.1 wurde der Zusammenhang zwischen der Elementzahl  $n$  und der Genauigkeit der Spannungsverteilung  $\sigma_z(z)$  aufgezeigt. Eine Steigerung der Elementzahl verbessert die Lösung lediglich in den Randnahen Bereichen (in den Abb. 3.7 und 3.8 in den Bereichen  $\leq 0,1 \cdot z/b$  von der eingeleiteten Randspannung  $\sigma_{z,o}$ ). Bedenkt man nun, dass die Längssteifen sich i. d. R. nicht im besagten Bereich befinden, reichen für die Ermittlung der quergerichteten Spannungen im Bereich der Steifen, 20 Elemente ( $n = 20$ ) aus.

Zu empfehlen ist jedoch eine situationsbedingte Anpassung der Elementzahl, obwohl Untersuchungen (siehe Abb. A.4, A.5 und A.6 auf S. 134 ff.) für verschiedene Seitenverhältnisse  $\alpha$  und Lasteinleitungsverhältnisse  $c/a$ , die empfohlene Elementzahl von  $n = 19$  zu bestätigen scheinen.

### 3.3.2. Zu dem Einfluss der Steife auf den *analytischen* Spannungsverlauf (3.2.2)

Bei Betrachtung des Einflusses der Längssteife auf den Spannungsverlauf  $\sigma_z(z)$  zeigte sich, dass der Einfluss der Längssteifen nur von geringem Ausmaß ist und daher bei der Ermittlung des elastischen Spannungsverlaufs unberücksichtigt bleiben kann.

Die Steife reduziert geringfügig die realen Spannungen  $\sigma_z(z)$ . Anders formuliert wird der Verlauf der Spannungen  $\sigma_z(z)$  ohne Berücksichtigung der Steife leicht überschätzt und kann daher, auf der sicheren Seite liegend, akzeptiert werden.

### 3.3.3. Zu den Untersuchungen der Spannungsverteilung und der Lastausbreitungslänge nach Ansatz des COMBRI-Forschungsprojekts (3.2.3)

Wie erwähnt wird die Spannungsverteilung  $\sigma_z(z)$  im Bereich  $0,5 \leq z/b \leq 1,0$  überschätzt (vgl. Abb. 3.11). Diese können jedoch, auf der sicheren Seite liegend, akzeptiert werden.

In A.2 (S. 132) sind weitere Parameterstudien zum Spannungsverlauf  $\sigma_z(z)$  in Abhängigkeit des Seitenverhältnisses  $\alpha$ , aufgezeigt. Bei steigendem  $\alpha$  kann dieselbe Überschätzung der Spannungsverteilung in den Bereichen  $0,5 \leq z/b \leq 1,0$  beobachtet werden.

Weiterhin ist zu bemerken, dass bei dieser Methode die Randbereiche, also der Bereich der Lasteinleitung und am gegenüberliegenden Rand, die tatsächlichen Werte abgebildet werden. Diese Methode kommt der analytischen Formulierung der Spannungsverteilung  $\sigma_z(z)$  am nächsten und deren Anwendung ist daher zu empfehlen.

Die Lastausbreitungslänge  $c_u(z)$  nimmt, verglichen mit der analytischen Lösung, stärker in Abhängigkeit der Variable  $z$  zu. Die Methode ist in dieser Hinsicht recht konservativ und es werden dadurch, in Addition mit den überschätzten Spannungen  $\sigma_z$ , größere Randspannungen angesetzt.

### 3.3.4. Zu den Untersuchungen der Spannungsverteilung und der Lastausbreitungslänge nach Ansatz des BAST-Heftes B140 (3.2.4)

Die aufgezeigten Unterschiede des Spannungsverlauf  $\sigma_z(z)$  und der analytischen Lösung sind auffallend groß. Die Werte werden zudem stark unterschätzt. Ein weiteres Problem liegt darin, dass  $\sigma_z(z)$  aufgrund des Funktionswertes von  $\arctan(z)$  im Bereich der Lasteinleitung, nicht definiert ist ( $\arctan(\infty)$ ). Es ist zwar im BAST-Heft B140 [33] vermerkt, dass bei  $z = 0$  die Randspannung  $\sigma_z(z = 0) = \sigma_{z,1}$  anzusetzen ist, betrifft dies jedoch nur den belasteten Rand. In den Bereichen  $0 < z \leq b$  nimmt diese Bemerkung logischerweise keinen Einfluss auf den Spannungsverlauf.

Die Lastausbreitungslänge  $c_u(z)$  zeigt hingegen eine gute Näherung an den realen (analytischen) Verlauf. Die großen Unterschiede, die in Abb. 3.14 zu sehen sind, sind auf die Kombination der Lastausbreitungslänge  $c_u(z)$  mit dem Spannungsverlauf  $\sigma_z(z)$  des BAST-Heft B140, zurückzuführen.

In Abb. 3.14 (S. 58) wird daher die Lastausbreitungslänge  $c_u(z)$  gemäß BAST-Heft B140 mit dem Spannungsverlauf  $\sigma_z(z)$  gemäß COMBRI-Forschungsprojekt [37] kombiniert (schwarz gepunktete Linie). Diese Kombination wurde unter anderem auch in der GMNIA-Untersuchung eingesetzt (siehe Kap. 3.2.7).

Abschließend ist darauf hinzuweisen, dass diese Methode, verglichen mit dem COMBRI-Forschungsprojekt [37], weniger geeignet für die Ermittlung des Spannungsverlaufs  $\sigma_z(z)$  und daher deren Anwendung nicht zu empfehlen ist. Jedoch scheint die Lastausbreitungslänge  $c_u(z)$  gemäß dieser Methode genauere Ergebnisse zu liefern und kann daher in Kombination mit dem Spannungsverlauf des COMBRI-Forschungsprojekts, empfohlen werden.

### 3.3.5. Zur LBA-Untersuchung des Modells C (3.2.6)

Aus den aufgeführten Untersuchungen in Kapitel 3.2.6 lässt sich schließen, dass bei asymmetrischer Belastung in der Regel *kein* knickstabähnliches Verhalten auftritt und das Verhältnis  $\sigma_{cr,p}/\sigma_{cr,c}$  sich stets im Interpolationsbereich aus knickstabähnlichem und plattenartigem Verhalten oder im Bereich eines *reinen* plattenartigen Verhaltens, befindet.

Lediglich bei einer Lasteinleitungslänge von  $c_o = 1,0$  und „großem“ Seitenverhältnis  $\alpha = 10$  ist das  $\sigma_{cr,p}/\sigma_{cr,c}$ -Verhältnis knapp über der *unteren Begrenzung*, also im Übergang zum knickstabähnlichen Verhalten.

### 3.3.6. Zur GMNIA-Untersuchung des Modells C (3.2.7)

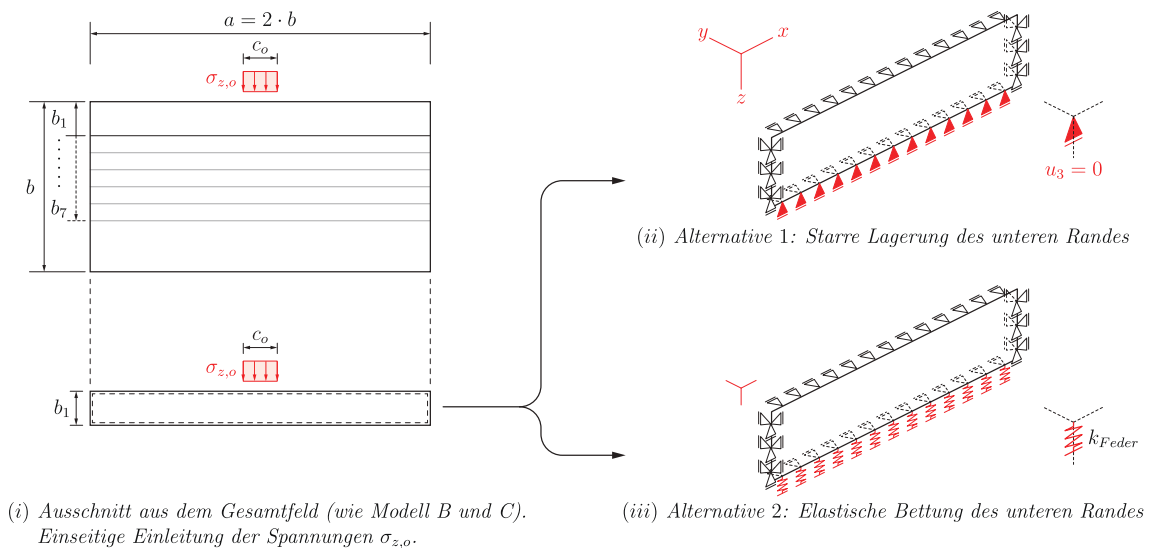
Die GMNIA-Untersuchung zeigte eine gute Anpassung der numerischen Werte an denen der nach prEN 1993-1-5 [15] ermittelten Werte, die in Kombination der Interpolationsformel nach besagter Norm und nach POUROSTAD [43, 45, 46, 47] ausgewertet wurden.

Die Interpolationsfunktion nach POUROSTAD führt im Vergleich mit der Funktion nach prEN 1993-1-5, zu sichereren Ergebnissen. Für Seitenverhältnisse  $\alpha > 6,67$  scheinen beide Interpolationsfunktionen die Tragfähigkeit zu überschätzen. Die analytische Methode und die Methode nach dem COMBRI-Forschungsprojekt zeigen aus allen Methoden die beste

Anpassung. Daher empfiehlt sich die Verwendung beider Methoden für den Einzelfeldnachweis. Die analytische Methode ist zwar „komplizierter“, lässt sich jedoch, wie erwähnt, numerisch gut implementieren. Die Methode nach dem COMBRI-Forschungsprojekt ist in der Anwendung jedoch leichter mittels Handrechnung zu bewerkstelligen.

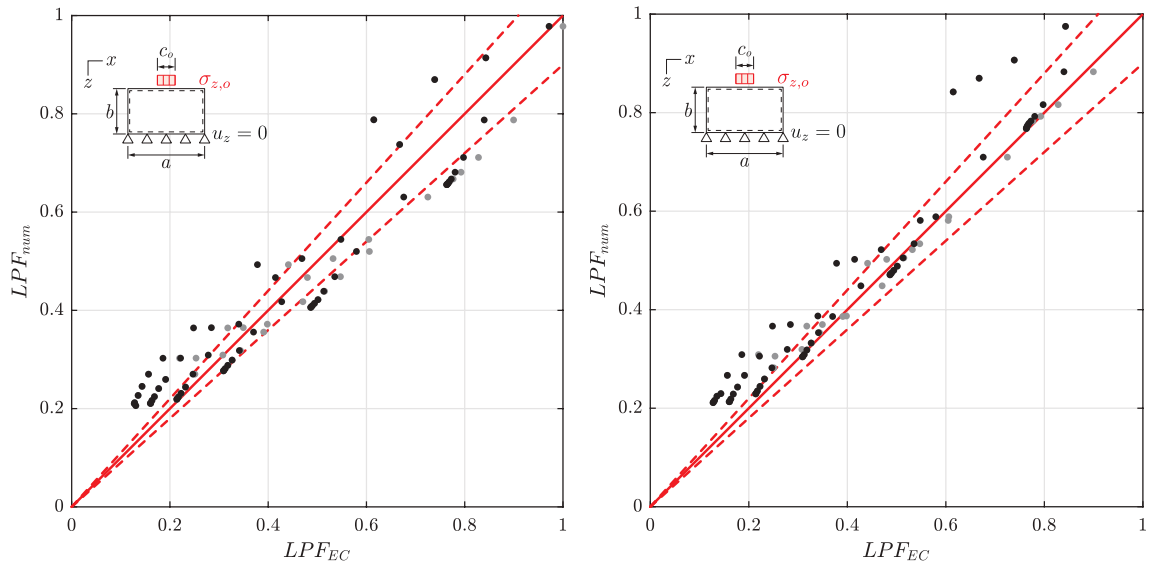
In diesem Zusammenhang konnte gezeigt werden, dass die nach prEN 1993-1-5 Abschn. 6.4.2(3) [15] angewandte Gleichung für die Ermittlung der kritischen Knicklast  $\sigma_{cr,c}$ , in Kombination mit Abschn. 6.4.2(5) zur Ermittlung der modifizierten Knicklänge  $b_{cr}$  (bzw.  $a_{cr}$  in Gl. 2.11), bessere Ergebnisse lieferte als ohne deren Anwendung (vgl. Abb. A.9 und A.10 auf S. 139).

Auf Grundlage dieser Ergebnisse wurde zudem ein alternatives Modell untersucht, bei dem der schwächer belastete Rand in der Ebene gegen eine vertikale Verschiebung gelagert wurde ( $u_z = 0$  bzw.  $u_3 = 0$ ) (siehe Abb. 3.23 (ii)). Abb. 3.24 zeigt die Ergebnisse des alternativen Modells.



**Abbildung 3.23.:** In (i) ist Geometrie und Belastung des alternativen Modells dargestellt. Zu bemerken ist, dass die Querspannung  $\sigma_{z,o}$  im Vergleich zu Modell C, lediglich einseitig eingeleitet wird. (ii) und (iii) zeigen zwei alternative Lagerungsmöglichkeiten mit einer starren (ii) und einer elastischen (iii) Stützung des unbelasteten Längsrandes.

Es ist zu erkennen, dass infolge der unterbundenen vertikalen Verschiebung, die Werte, die stark im *unsicheren* Bereich lagen (vgl. hierzu Abb. 3.18 bis 3.20), in diesem Modell nun auf der *sicheren* Seite liegen. Das reale Tragverhalten liegt zwischen dem eines freien Randes mit vertikal beweglicher Lagerung und dem einer starren Lagerung. Dies könnte durch eine elastische Lagerung erzielt werden (siehe Abb. 3.23 (iii)). Jedoch wird in dieser Arbeit diese mögliche Lagerung nicht untersucht.



(a) Imperfektionsamplitude  $\min \{a/200, b/200\}$

(b) Imperfektionsamplitude  $\min \{a/420, b/420\}$

**Abbildung 3.24.:** Ergebnisse der GMNIA-Untersuchung des *ersten alternativen Modells* mit Verwendung der **analytischen** Lösung zur Ermittlung des Spannungsverlaufs  $\sigma_z(z)$  und der Lastausbreitung  $c_u(z)$ . Dargestellt sind jeweils die Untersuchungen zweier Imperfektionsamplituden. Des Weiteren sind die Ergebnisse aus der Interpolationsfunktion des prEN 1993-1-5 (•) und dem Vorschlag von POUROSTAD (●) abgebildet.  
 (—):  $LPF_{num} = LPF_{EC}$ . (---):  $\pm 10\%$  -Abweichung.





# 4. Ausgesteiftes Beulfeld

## 4.1. Numerische Modellierung des ausgesteiften Beulfeldes

In diesem Kapitel werden analog zu Kapitel 3.1 das Vorgehen und die getroffenen Annahmen bei der numerischen Modellierung erläutert. Die Modellierung erfolgt dabei mittels der FEM-Software ABAQUS/CAE [8] und RFEM des Softwareherstellers Dlubal GmbH [18]. Ebenfalls wird analog zu 3.1, die Kontrolle der Parameterstudie für das ausgesteifte Beulfeld mittels *Abaqus Scripting* vorgenommen.

Der Längssteifen-Nachweis erfolgt zusätzlich und mithilfe von RFEM. Die Kontrolle der Modellierung, die Berechnung und das anschließende Auslesen der Ergebnisse erfolgt dort mit der *RF-COM-Schnittstelle*. Dabei handelt es sich um eine programmierbare Schnittstelle, die uns erlaubt codebasierte Angaben zu nutzen, um Modellparameter, Belastungen und Belastungskombinationen individuell zu variieren; ähnlich dem Python-Script in Abaqus. Der Quelltext kann in *Visual Basic*, *Visual Basic for Applications (VBA)* oder *C#* geschrieben werden. RF-COM enthält dabei Objekte und Methoden, die es einem erlauben Modelldaten in RFEM zu erstellen und zu bearbeiten. Das hier genutzte Programm ist Microsoft Excel, das einen integrierten VBA-Editor besitzt [19].

Auf die technischen und theoretischen Grundlagen wird im Folgenden verzichtet, da auf diese im o.g. Kapitel im Detail eingegangen wurde.

### 4.1.1. Geometrie

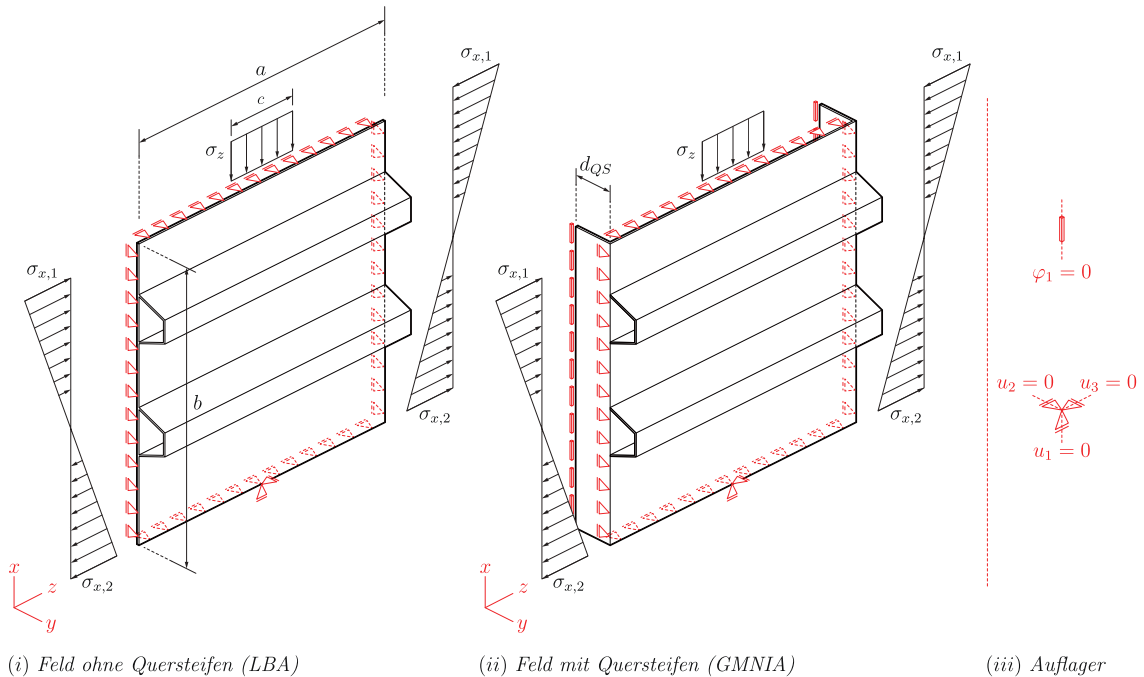
#### Ausgesteiftes Beulfeld

Bei der Geometrie handelt es sich um ein ausgesteiftes Beulfeld, bei der die Beulfeldlänge  $a$  und -dicke  $t_w$ , sowie die (Längs-) Steifenparameter  $h_{St}$  und  $t_{St}$  parametrisch variiert werden. Die Beulfeldbreite  $b$  variiert lediglich bei Anzahl der Steifen  $n_{St}$ . Die Abstände und Position der Steifen sind bei gleicher Anzahl der Steifen  $n_{St}$  unverändert.

Es ist bei der Modellierung zwischen der GMNIA- und der LBA-Untersuchung zu unterscheiden. Bei der GMNIA-Untersuchung werden zusätzlich, entlang beider Breitenkanten, Quersteifen modelliert. Diese sollen sicherstellen, dass die Ränder unter Belastung gerade bleiben. Abb. 4.1 (ii) zeigt die Anordnung der besagten Quersteife, die nur zur Hälfte modelliert wurde. Der fehlende Kontakt zu den Längssteifen ist gewollt, um den Einfluss der Quersteifen auf die Längssteifen vorzubeugen. Weiterhin ist die Quersteife gelenkig an das Beulfeld angebracht, um die Verdrehung des Beulfeldes zu erlauben [43, 46].

Für eine detaillierte Beschreibung der Längssteifen-Modellierung ist auf POURSTAD [43] und HEIDT [25] zu verweisen.

Bei der LBA-Analyse werden dieselben Beulfelder, jedoch ohne die Quersteifen untersucht (vgl. hierzu Abb. 4.1 (i)). Abb. 4.5 zeigt den Aufbau der Untersuchten Beulfelder und den untersuchten Parameterbereich.



(i) Feld ohne Quersteifen (LBA)

(ii) Feld mit Quersteifen (GMNIA)

(iii) Auflager

**Abbildung 4.1.:** Abbildungen der Beulfelder für die (i) LBA-Untersuchung (ohne Quersteifen) und (ii) GMNIA-Untersuchung (mit Quersteifen). Die Breite der verwendeten Steifen ist  $d_{QS} = 250$  mm. In (iii) sind die verwendeten Lager dargestellt. Zu den verwendeten Lager des ausgesteiften Feldes ( $u_1 = 0$ ), ( $u_2 = 0$ ) und ( $u_3 = 0$ ) sind die Ränder der Quersteifen gegen eine Rotation um dessen Längsachse, gelagert ( $\varphi_1 = 0$ ).

### Stabwerkmodell (Längssteifen-Nachweis)

Auf die Vorgehensweise bei der Berechnung des Stabwerkmodells wird auf Kapitel 2.5.2 verwiesen.

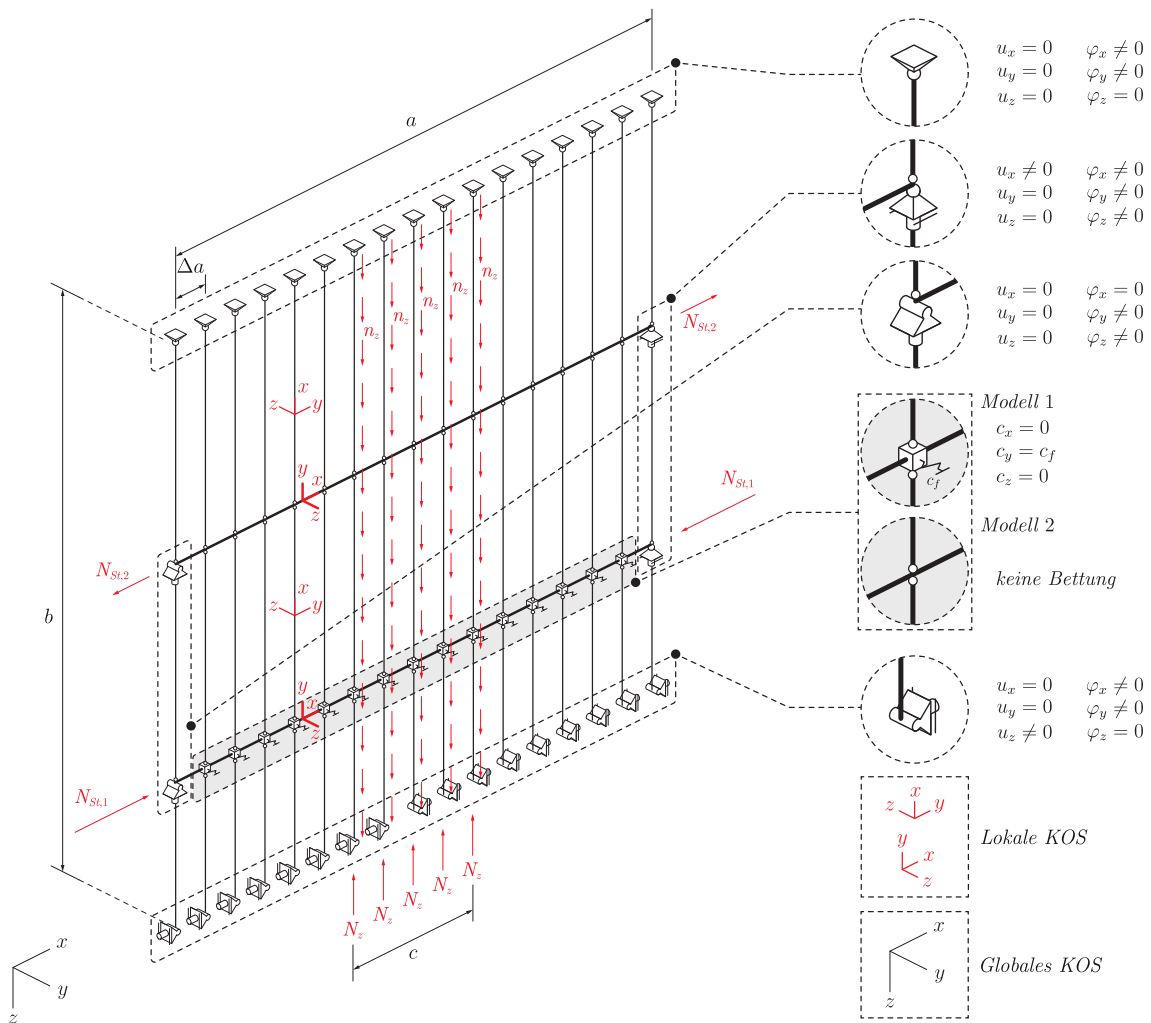
Es werden (zur kurzen Wiederholung) zwei Modelle untersucht. Im ersten (Modell), mit der Bettung der knickgefährdeten Steife und im zweiten, ohne die besagte Bettung. Aus beiden Modellen werden jeweils die kritischen Laststeigerungsfaktoren  $\alpha_{cr,p}$  bzw.  $\alpha_{cr,c}$  ermittelt und für die Interpolation der Vorverformung  $w_{0,pc}$  herangezogen. Daraus lässt sich das Moment  $M^{II}$  aus der Theorie II. Ordnung ermitteln, aus dem sich die zusätzliche Normalspannung  $\sigma_x$  errechnen lässt.

Ergänzend wird noch der Aufbau des Stabwerkmodells erklärt. Das Modell besteht aus horizontalen und vertikalen Elementen (Stäbe). Bei den horizontalen Elementen handelt es sich um die Bruttoquerschnitte der Längssteifen *Balkenstäbe*, bei den vertikalen Elementen um *Fachwerkstäbe*. Elemente diesen Typus besitzen in RFEM automatisch an beiden Elementenden Gelenke. Diese Gelenke sollen nur die Einleitung von Normalkräften in die Längssteife erlauben und Einspannmomente vermeiden. Des Weiteren besitzen die vertikalen Elemente eine hohe Dehn- und Biegesteifigkeit, um ungewolltes Knicken infolge der längs (zu den Fachwerkstäben) eingeleiteten Kräfte zu vermeiden. Daher wurden Profile mit großer Dimensionierung gewählt. Alternativ kann in RFEM auch der Stabtyp *Starrstab* gewählt werden. Dabei handelt es sich um ein „Kopplungsstab mit starrer Steifigkeit“ [16].

In Abb. 4.2 sind anschaulich das Stabwerkmodell mit dessen Lagerungsbedingungen

und Belastungen dargestellt. Weiterhin sind die Orientierung des globalen und der lokalen Koordinatensysteme abgebildet.

Die verwendeten Parameter sind dieselben des ausgesteiften Beulfeldes. Diese Angaben werden in einer Excel-Datei bereitgestellt und mittels eines Makros (VBA-Script) für die Modellierung in RFEM eingesetzt.



**Abbildung 4.2.:** Lagerungsbedingungen und Belastung des Stabwerksmodells des Längssteifen-Nachweises nach dem BAST-Heft B140. Es ist hier exemplarisch das *Modell 1* mit der elastischen Bettung der maßgebenden Steife gezeigt (vgl. dazu Abb. 2.21). Rechts sind die Auflager mit den jeweiligen Freiheitsgraden aufgelistet, deren Angaben sich an das globale Koordinatensystem (KOS) orientieren. Weiterhin sind die lokalen Koordinaten der jeweiligen Stabgruppe abgebildet.

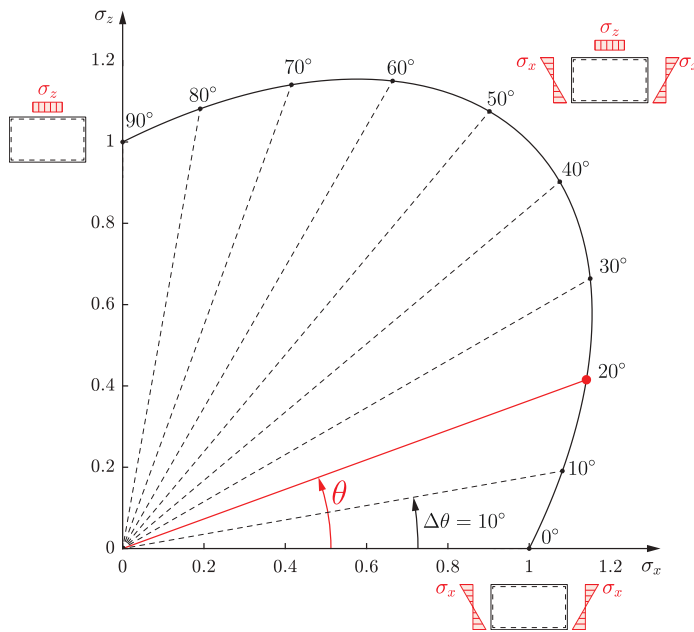
#### 4.1.2. Elementtyp und Elementgröße

Auch hier wird für Art und Begründung des gewählten Elementtyps und -größe auf das in Kapitel 3.1.2 untersuchte Modell hingewiesen.

### 4.1.3. Lagerungsbedingungen und Belastung

#### Ausgesteiftes Beulfeld

Wie bereits in 4.1.1 erwähnt ist zwischen dem Aufbau des Beulfeldes bei der LBA- und GMNIA-Untersuchung zu unterscheiden. Bei beiden Modellen ist entlang der Ränder eine gelenkige (*Naviersche*) Lagerung angesetzt. Außerdem sind Punktlager am unbelasteten Längsrand (*unten*) angesetzt, die die Verschiebung des Beulfeldes in der Ebene vermeiden (vgl. Abb. 4.1).



**Abbildung 4.3.:**

Definition des Interaktionswinkels  $\theta$  mit  $\theta = 0^\circ$  für reine Längsspannung  $\sigma_x$  und  $\theta = 90^\circ$  für reine Querspannung  $\sigma_z$  (nach [56]).

Die Kurve (—) zeigt den Verlauf der Vergleichsspannung nach VON MISES. Weiterhin sind in Schrittweiten von  $\Delta\theta = 10^\circ$  die Interaktionswinkel entlang der Kurve markiert (•).

Die Belastung erfolgt entlang der Plattenachse in Längs- und Querrichtung bzw. in  $x$ -Richtung und  $z$ -Richtung. Entlang der Ränder wird die VON MISES-Spannung  $\sigma_v$  aufgetragen, die aus der Interaktion der Längsspannungen  $\sigma_x$  und Querspannungen  $\sigma_z$  besteht. In  $x$ -Richtung wird eine Biegespannung von  $\psi = -1$  und in  $z$ -Richtung eine konstantverlaufende Spannung angesetzt (Abb. 4.3). Die Interaktion beider Spannungen wird mittels des Interaktionswinkels  $\theta$  und dem Parameter  $\beta$  definiert

$$\beta = \frac{\sigma_z}{\sigma_x} = \tan\left(\frac{\pi}{180} \cdot \theta\right) \quad (4.1)$$

Der Interaktionswinkel  $\theta$  wird in einem Definitionsbereich von  $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$  und einer Schrittweite von  $\Delta\theta = 10^\circ$ , variiert. Dabei ist die VON MISES-Spannung stets die Streckgrenze  $f_y$ :

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_z^2 - \sigma_x \cdot \sigma_z} = f_y \quad (4.2)$$

mit:

$$\sigma_x = \frac{f_y}{\sqrt{\beta^2 - \beta + 1}} \quad (4.3)$$

$$\sigma_z = \sigma_x \cdot \beta \quad (4.4)$$

Angemerkt sei noch, dass bei einem Interaktionswinkel von  $\theta = 0^\circ$ , das Beulfeld unter reinem Längsdruck ( $\sigma_x \neq 0$ ,  $\sigma_z = 0$ ), bei  $\theta = 90^\circ$  unter reinem Querdruck ( $\sigma_x = 0$ ,  $\sigma_z \neq 0$ ), belastet wird.

#### Stabwerkmodell (Längssteifen-Nachweis)

Die horizontalen Elemente, die aus den Bruttoquerschnitten der Längssteifen bestehen, sind in der  $xz$ -Ebene statisch bestimmt gelagert. Die Lagerung dieser Elemente soll die Verschiebung infolge der eingeleiteten Längsspannung und die Biegung infolge der abtreibenden Querkräfte erlauben. Um eine Einspannung in der  $xy$ -Ebene zu vermeiden, besitzen die Lager einen Rotationsfreiheitsgrad in  $z$ -Richtung, wodurch die Rotation der Lager in  $xy$ -Ebene erlaubt werden.

Die vertikalen Elemente sind entlang der belasteten „unteren“ Knoten (vgl. Abb. 4.2) derart gelagert, um eine Verschiebung in  $z$ -Richtung zu erlauben und um die eingeleiteten Kräfte nicht abzufangen, sondern an die Längssteifen (horizontale Elemente) weiterzuleiten.

Die Belastungen, sowohl der horizontalen als auch vertikalen Elemente erfolgt in Stabachse ( $x$ -Richtung im lokalen Koordinatensystem). Bei den horizontalen Elementen handelt es sich um die resultierenden Kräfte der auf Stabachse sich befindlichen Biegespannungen, verteilt auf die Bruttoquerschnittsfläche des Stabes.

Die resultierende Querkraft wird auf der Lasteinleitungslänge  $c$ , sich befindlichen Anzahl vertikaler Stäbe verteilt. Da es sich um eine einseitige Lasteinleitung handelt, sind die Spannungen am gegenüberliegenden Rand  $\sigma_z = 0$  bzw. in Form resultierender Kräfte  $N_z = 0$ . Um dies zu erzielen, wird eine Gleichstreckennormalkraft  $n_z$  entlang der belasteten Stäbe angebracht (vgl. Abb. 4.2).

#### 4.1.4. Material

Das Werkstoffverhalten erfolgt auch hier gemäß prEN 1993-1-14 Abschn. 4.3.2(1) [14]. Es wird bei dieser Untersuchung ein bilineares Werkstoffmodell unter Vernachlässigung der Wiederverfestigung angesetzt. Das Plateau wird mit einer kleinen Neigung ( $E/10000$ ) angesetzt, um die numerischen Probleme infolge eines waagerechte Fließplateaus zu umgehen.

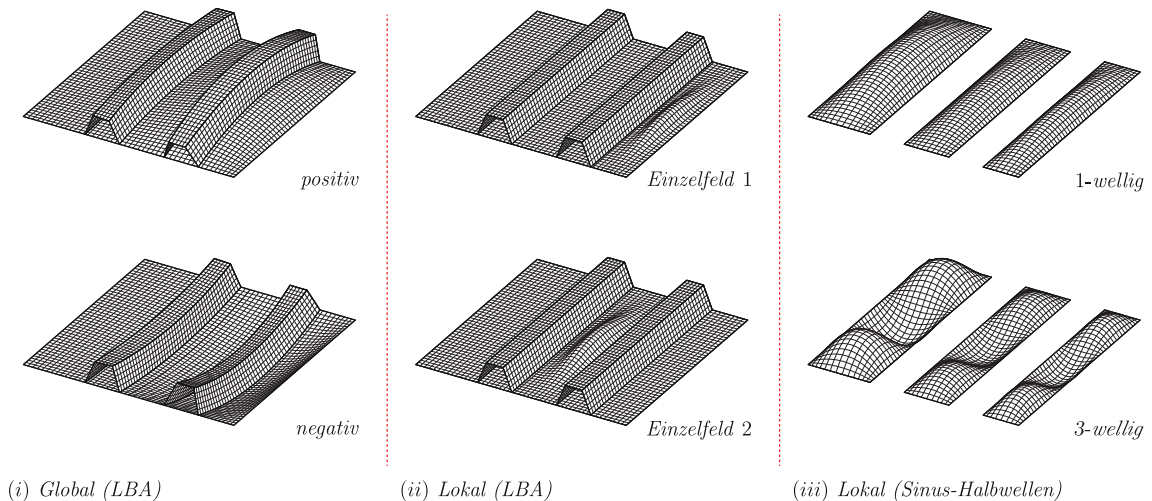
#### 4.1.5. Berechnungssteuerung

Auch hier wird auf Kapitel 3.1.6 verwiesen, bei dem das Vorgehen bei der Berechnungssteuerung identisch ist. Wiederholend erklärt, werden durch eine MATLAB-Subroutine,

Python-Scripte mit allen Modellparametern erstellt und durch Matlab gesteuert in Abaqus ausgeführt.

#### 4.1.6. Imperfektionen

Für die GMNIA-Untersuchung sind geometrische Ersatzimperfektionen aus zusammengefassten geometrischen und materiellen Imperfektionen, anzusetzen.



**Abbildung 4.4.:** Darstellung der in der Untersuchung des *ausgesteiften Beulfeldes* verwendeten Imperfektionen und deren Unterteilung in globale (i) und lokale ((ii) und (iii)) Imperfektionen.

Diese können gemäß prEN 1993-1-14 Abschn. 4.4.1(3) [15] aus den Eigenformen der LBA-Analyse entnommen werden. Jedoch gestaltet es sich als schwierig aus dem großen Umfang dieser Eigenformen (200 Eigenformen), passende globale und lokale Beulformen zu bestimmen und für die GMNIA-Untersuchung zu nutzen. Ebenfalls als schwierig gestaltet sich die automatisierte *Erkennung* jeder Eigenform aus dem großen Umfang der Parameterstudie.

ZIZZA [56] schlägt daher die Verwendung von *einer*, *zwei* und *drei* Sinushalbwellen als *realistische* Imperfektion vor. POUROSTAD [43] hingegen entwickelte ein Skript, das automatisch die relevanten globalen (Gesamtfeld) und lokalen (Einzelfeld) Beulformen aus den exportierten Abaqus-Dateien untersucht. Für die lokalen Eigenformen betrachtet das Skript, vereinfacht erklärt, die Position der maximalen Verschiebung und schließt auf die jeweilige Einzelfeldposition.

Neben den positiven werden auch negative Vorverformungen angesetzt (siehe Abb. 4.4 (i)). Bei negativen Vorverformungen handelt es sich um „*Verformungen des Blechs zur steifenabgewandten Seite*“ [44].

**Tabelle 4.1.:** Für die GMNIA-Untersuchung verwendete Imperfektionskombinationen. Die jeweiligen Imperfektion sind der Abb. 4.4 zu entnehmen.

Nr.	Imperfektionskombination
1	Lokal (LBA) (beide Einzelfelder)
2	Global (LBA) (positiv)
3	Global (LBA) (positiv) + Lokal (1-wellig)
4	Global (LBA) (positiv) + Lokal (3-wellig)
5	Global (LBA) (positiv) + Lokal (LBA) (beide Einzelfelder)
6	Global (LBA) (negativ)
7	Global (LBA) (negativ) + Lokal (1-wellig)
8	Global (LBA) (negativ) + Lokal (3-wellig)
9	Global (LBA) (negativ) + Lokal (LBA) (beide Einzelfelder)

Lokal werden aus der LBA-Analyse feldweise die maßgebenden Beulformen angesetzt, wobei nur die Eigenformen der auf Druck beanspruchten Felder betrachtet werden (Abb. 4.4 (ii)). Zusätzlich zu den lokalen Beulformen aus der LBA-Analyse werden Imperfektion in Form ein- und drei (halb-) welliger Sinusfunktionen angesetzt (Abb. 4.4 (iii)). In Tab. 4.1 sind die Kombinationen aus den beschriebenen Imperfektionen aufgelistet.

Für die *lokalen Imperfektionen* wird eine Amplitude von  $\min\{a/200; b/200\}$ , für die *globalen Imperfektionen* eine Amplitude von  $\min\{a/400; b/400\}$  verwendet.

#### 4.1.7. Parameterbereich

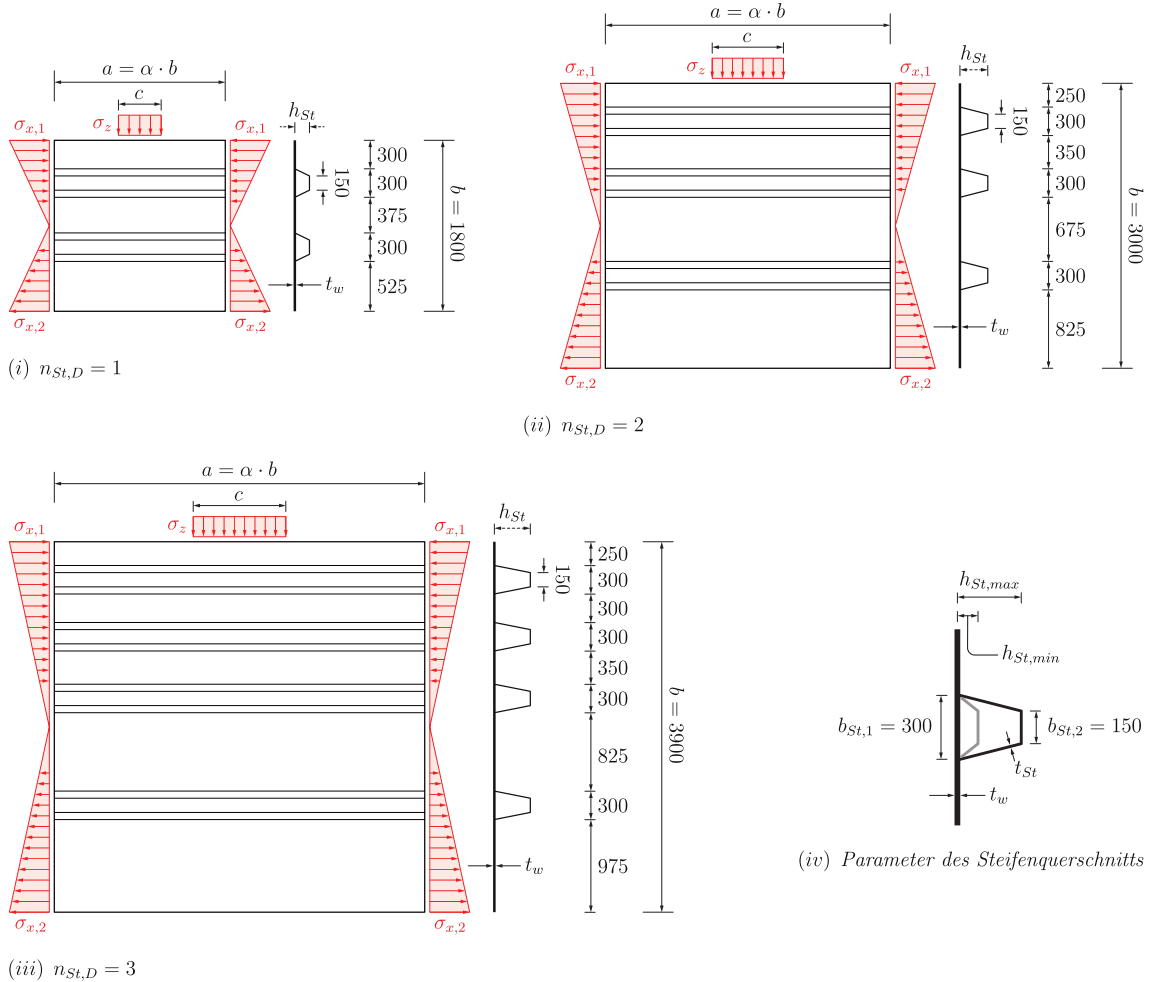
Abb. 4.5 (S. 78) zeigt den Aufbau der untersuchten, ausgesteiften Beulfelder. In Tab. 4.2 ist der Parameterbereich zu den dargestellten Beulfelder aufgelistet.

**Tabelle 4.2.:** Parameterbereich der **ausgesteiften Beulfelder**.

Material	$n_{St,D}$	$b/t$	$\alpha$	$\gamma$	$c/a$	$\psi_x$
S355	1; 2; 3	120; 200; 300; 400	1; 1,5; 2; 3	25; 80; 150	0,25; 0,5; 0,75; 1,0	-1

Die gewählte Stahlsorte ist die im Brückenbau übliche S355. Die Anzahl der Steifen  $n_{St,D}$  bezeichnet hier die Anzahl der Steifen im *Längs*-Druckbereich (daher der Index  $D$ ). Es ist in Abb. 4.5 zu erkennen, dass die Gesamtzahl der Steifen um *eins* höher ist als angegeben. Es wird, wie in realisierten Brückenbauwerken zu sehen, eine weitere Steife in der *Zugzone* angelegt, um lokales Beulen des Feldes infolge der Querdruckspannungen zu unterbinden. Weiterhin ist eine Variation der Parameter  $b/t$ , die die Schlankheit des Beulfeldes bezeichnet, dem Seitenverhältnis  $\alpha$ , der bezogenen Schlankheit  $\gamma$  und des Lasteinleitungsverhältnis  $c/a$  gegeben.  $\psi_x$  bezeichnet das Spannungsverhältnis der Längsspannungen  $\sigma_x$  und ist gegeben durch das Verhältnis  $\sigma_{z,1}/\sigma_{z,2}$  (siehe dazu Abb. 4.5).

Die bezogene Steifigkeit ist zwischen  $\gamma = 25$ , das in [34] als *minimale* Steifigkeit empfohlen wird und  $\gamma = 150$  als maximale Steifigkeit gegeben.



**Abbildung 4.5.:** Darstellung der in der Untersuchung des *ausgesteiften Beulfeldes* verwendeten Modelle. Diese sind nach Anzahl der Steifen im Druckbereich ( $n_{St,D} = 1, 2, 3$ ) unterteilt ((i), (ii) und (iii)) (nach [43, 46]). In (iv) ist exemplarisch ein Ausschnitt der Trapezsteifen mit festen und variablen Parametern, dargestellt. Alle Maßangaben in mm.

#### 4.1.8. Einzelfeld-Nachweis

Die kritischen Laststeigerungsfaktoren  $\alpha_{cr,p}$  werde mittels der Software EBPLATE [4] ermittelt. Die Spannung  $\sigma_z(z)$  und die Lastausbreitungslänge  $c_u(z)$  des Einzelfeld-Nachweises werden nach der empfohlenen Methode des COMBRI-Forschungsprojekts [37] (siehe Kapitel 2.6.2) ermittelt. Die Interaktion aus Längs- und Querspannungen ( $\sigma_x$  und  $\sigma_z$ ) werden in Schritten von  $\Delta\theta = 10^\circ$  variiert (siehe dazu Abb. 4.3 auf S. 74).



Für die Ermittlung der Abminderungsfaktoren  $\rho_{c,x}$  bzw.  $\rho_{c,z}$  werden die Laststeigerungsfaktoren  $\alpha_{cr,p}$  bei einem Interaktionswinkel von  $\theta = 0^\circ$  für reine Längsspannung bzw.  $\theta = 90^\circ$  bei reiner Querspannung herangezogen.

#### 4.1.9. Nachweisführung beim Gesamtfeld

Die Nachweisführung des Gesamtfeldes wird, mit den Erkenntnissen von POURSTAD [45, 46, 47] aus den Untersuchungen des Beulfeldes unter biaxialer konstanter Druckbelastung durchgeführt (vgl. hierzu Kap. 2.4.2). Aus seinen Erkenntnissen geht hervor, dass in  $z$ -Richtung (Querspannungen) die Interpolation zwischen plattenartigem und knickstabähnlichem Verhalten nicht nötig ist, da immer knickstabähnliches Verhalten maßgebend ist ( $\rho_{c,z} = \chi_c$ ). Des Weiteren ist in  $x$ -Richtung (Längsspannungen) die Abminderungskurve nach Abschn. 12.4(5) [15] zu verwenden (siehe Abb. 2.17 auf S. 25).

#### 4.1.10. Validierung des numerischen Modells

Die Validierung und Verifikation des ausgesteiften Modells wurde schon nach prEN 1993-1-14 [14] durchgeführt. Es wird diesbezüglich auf den Aufsatz [44] von VAHID POURSTAD ET AL. und der Arbeit von HEIDT [25] hingewiesen.

#### 4.1.11. Ermittlung der Laststeigerungsfaktoren ( $LPF$ ) aus den Nachweismethoden der Längssteifen

Um die Ergebnisse der Längssteifen-Nachweise mit den Ergebnissen nach prEN 1993-1-5 [15] zu vergleichen, bedarf es der Ermittlung des Laststeigerungsfaktors (englisch  $LPF$ : *Load Proportionality Factor*). In den Parameterstudien zu den Beulfeldern waren diese Faktoren direkt aus der FE-Software ABAQUS [8] zu entnehmen. Bei den zwei Nachweismethoden der Längssteifen bedarf es einer anderen Herangehensweise. Im Folgenden wird dies für die Nachweismethoden nach SEITZ [51] und nach KUHLMANN ET. AL. (BASt-Heft B140) [33] erläutert.

##### Längssteifen-Nachweis nach Seitz

Seitz schlägt für den Nachweis der Längssteife einen Formelsatz vor, der in Kapitel 2.5.1 im Detail aufgelistet ist. Wie erwähnt wird aus dem Gleichgewicht der abtreibenden Kräfte und den Rückhaltekräften die elastische Verformung  $w_{el}^{II}$  ermittelt.

$$w_{el}^{II} = \frac{q}{c_f - q} \cdot w_0 \quad \text{mit} \quad q \stackrel{!}{<} c_f$$

Die Bedingung  $q < c_f$  ist hier eingefügt worden und war in der Arbeit von SEITZ [51] nicht erwähnt. Sollte die Hilfsgröße  $q$  größer werden als  $c_f$ , kann dies als Instabilität interpretiert werden, denn die *abtreibenden* Kräfte sind größer als die *rückhaltenden* Kräfte. Dadurch ist der Nachweis im Voraus nicht erfüllt. Bei der vorliegenden Untersuchung trifft

das auf die Mehrheit der Werte zu. Der Lösungsansatz liegt darin, die Belastungen  $\sigma_{x,St}$  und  $\sigma_{z,St}$  mit einem *LPF*-Faktor derart zu reduzieren, dass der Nachweis

$$\sigma_{x,St} + \frac{M^{II}}{W_{St}} \leq f_y$$

erfüllt wird. In dem Nachweis werden die Gln. 2.40 bis 2.50 und Gl. 2.52 mit dem *LPF*-Faktor eingesetzt und umgeformt, sodass es eine Gleichung zum Auffinden der Nullstellen wird. Die Nullstellen entsprechen demnach die verlangten *LPF*-Faktoren.

Der Übersichtlichkeit wegen, wird der Nachweis mit den eingesetzten Gleichungen in einzelne Terme (A bis H) (Gln. 4.6) unterteilt. Daraus ergibt sich die Funktion  $f(x)$ :

$$f(x) = f_y / \left[ A + B \cdot \left( C \cdot \frac{D + E}{F - G + H} \right) \right] - 1 \stackrel{!}{=} 0 \quad (4.5)$$

mit:

$$\begin{aligned} A &= \sigma_{x,St} \cdot x \\ B &= \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{St}/a^2}{W_{St}} \\ C &= \sigma_{z,St} \cdot x \cdot \left( \frac{c_2}{a} + \frac{1}{\pi} \cdot \sin \left( \frac{\pi \cdot c_2}{a} \right) \right) \\ D &= t_w \cdot (1/b_{11} + 1/b_{12}) \\ E &= (\pi/a)^2 \cdot A_{St} \cdot \sigma_{x,St} \cdot x \cdot w_0 \\ F &= (\pi/a)^2 \cdot (\pi^2 \cdot E \cdot I_{St}/a^2) \\ G &= \sigma_{z,St} \cdot x \cdot (c_2/a + 1/\pi \cdot \sin(\pi \cdot c_2/a)) \cdot t_w \cdot (1/b_{11} + 1/b_{12}) \\ H &= (\pi/a)^2 \cdot A_{St} \cdot \sigma_{x,St} \cdot x \end{aligned} \quad (4.6)$$

und dem Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_M = 1,0$ . Der Intervallbereich des Faktors liegt zwischen  $0 \leq x \leq 1$ . Liegt die Nullstelle  $f(x) = 0$  ( $x \equiv LPF$ ) oberhalb dieses Intervalls, so kann der *LPF*-Faktor vereinfacht, wie folgt ermittelt werden:

$$LPF = f_y / \left( \sigma_{x,St} + \frac{M^{II}}{W_{St}} \right) \quad (4.7)$$

Die Ermittlung der Nullstelle kann dabei mittels der MATLAB-Funktion `fzero` [41] durchgeführt werden, wobei sich Probleme infolge der Unstetigkeit (Polstelle mit Vorzeichenwechsel) der Funktion  $f(x)$  (4.5) ergeben. Daher werden hier die Vorzüge der Matlab-Software im Bereich der Bearbeitung von Matrizen genutzt und nach der Position der kleinsten Funktionswerte  $f(x)$  und deren Entsprechung im  $x$ -Vektor (Positionsvektor) gesucht. Die Schrittweite sollte dabei klein gewählt werden, da die Funktionen zum Teil *steil* die Nullstelle *durchqueren*.

## Längssteifen-Nachweis nach Kuhlmann et. al. (BASt-Heft B140)

Bei der Nachweismethode gemäß KUHLMANN ET. AL., bzw. dem BASt-Heft B140 [33], wird die Ermittlung des Laststeigerungsfaktors  $LPF$  ähnlich wie in 4.1.11 durchgeführt. Bei dieser Nachweismethode wird aus zwei Modellen (mit und ohne Bettung der Steife) jeweils die Laststeigerungsfaktoren  $\alpha_{cr,p,xz}$  und  $\alpha_{cr,c,xz}$  ermittelt (vgl. Kapitel 2.5.2). Darauf aufbauend werden weitere Werte mittels der Gleichungen 2.53 bis 2.57 und Gln. 2.59 bis 2.61 ermittelt, um abschließend den Nachweis

$$res \sigma_x = \frac{N_{x,St}}{A_{St}} + \frac{M_{z,St}^{II}}{W_{z,St}} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M1}}$$

durchzuführen. Alternativ, und ohne Verwendung eines dritten Modells, kann die äquivalent Ersatzstreckenlast  $q_{ers}$  (Gl. 2.59) genutzt werden:

$$res \sigma_x = \frac{N_{x,St}}{A_{St}} + \frac{\alpha_v \cdot M_{z,St}^I}{W_{z,St}} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M1}}$$

Vereinfachend werden hier für die *Laststeigerungsfaktoren*  $\alpha_{cr,p,xz} \equiv f_1$  und  $\alpha_{cr,c,xz} \equiv f_2$  verwendet (analog zu DLUBAL RFEM [18]). Dementsprechend ändert sich die Schreibweise des *Vergrößerungsfaktor*  $\alpha_v$  (Gl. 2.61) zu:

$$\alpha_v = \frac{1}{1 - \frac{1}{f_2}} = \frac{f_2}{f_2 - 1} \quad (4.8)$$

Setzt man nun die Gln. 2.53 bis 2.57 und Gln. 2.59 bis 2.61 in die Gl. 2.62 ein, ergibt sich nach einigem Umformen:

$$\sigma_{x,St} \cdot \left( 1 + \frac{f_2}{f_2 - 1} \cdot \frac{A_{St}}{W_{z,St}} \cdot \left( w_{0,c} - (w_{0,c} - w_{0,p}) \cdot \left( \frac{f_1}{f_2} - 1 \right) \right) \right) \leq \frac{f_y}{\gamma_{M1}} \quad (4.9)$$

Vereinfachend erklärt, gilt es einen Laststeigerungsfaktor  $LPF$  zu ermitteln, der eine *Kombination* aus den Laststeigerungsfaktoren  $f_1$  und  $f_2$  darstellt. Jedoch muss in den folgenden Schritten darauf geachtet werden, dass  $\alpha_v$  bei Werten  $f_2 < 1,0$  negativ wird. Interpretiert wird dies als Instabilität, denn diese Gleichung gilt nur, wenn  $f_2 > 1,0$  ist [17].

Die Mehrheit der mittels RFEM [18] ermittelten Laststeigerungsfaktoren  $f_1$  bzw.  $f_2$  sind jedoch kleiner als 1 und Gl. 4.9 kann in dieser Form nicht verwendet werden. Daher ist darauf zu achten, dass sowohl  $f_1$  als auch  $f_2$  größer als 1 sein müssen.

Ein *Anheben* von  $f_1$  und  $f_2$  kann durch die Reduktion der Belastung erreicht werden, da eine umgekehrt proportionale Beziehung zwischen beiden Werten vorliegt:

$$x \cdot \sigma \propto \frac{1}{x} \cdot f_i, \quad i = 1, 2 \quad \text{und} \quad 0 \leq x < 1 \quad (4.10)$$

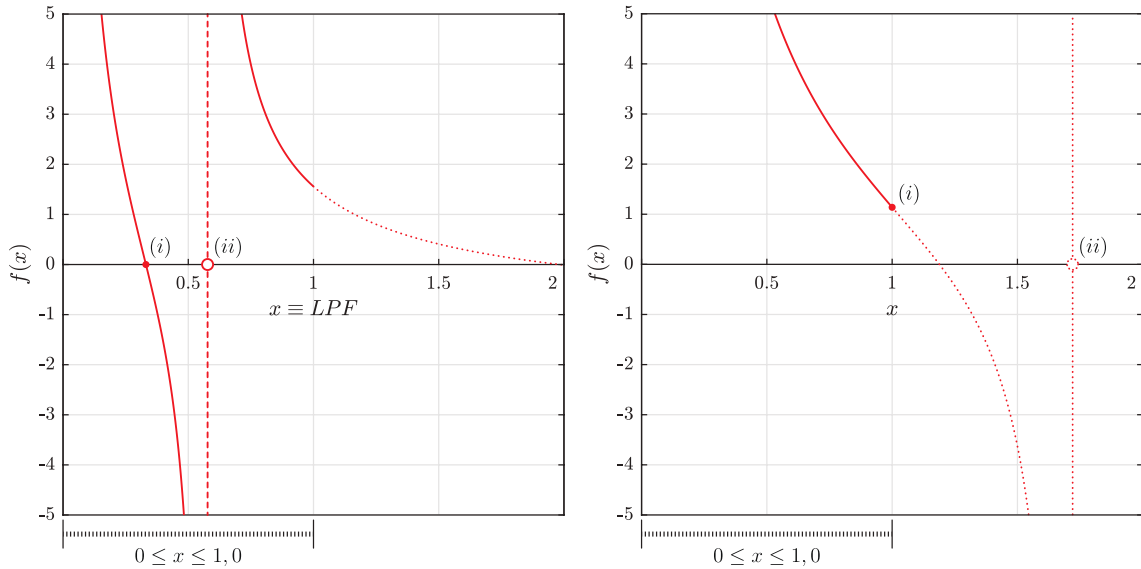
mit:

$x$  : Proportionalitätsfaktor

$\sigma$  : Belastung

$f_i$  : Laststeigerungsfaktor der Modelle 1 und 2

Anders formuliert: Die Reduktion der Belastungen (Längs- und Querbewlastung) mit einem Faktor  $x$  (wobei  $0 \leq x < 1,0$ ) führt zur Steigerung des Laststeigerungsfaktors  $f_1$  bzw.  $f_2$  um  $1/x$ .



(a) Nullstelle innerhalb des Intervallbereichs  $0 \leq x < 1,0$ . Die Nullstelle (i) entspricht dabei dem  $LPF$ .

(b) Nullstelle außerhalb des Intervallbereichs  $0 \leq x < 1,0$ .  $LPF$  ist mit Gl. 4.12 zu ermitteln.

**Abbildung 4.6.:** Dargestellt sind exemplarisch die Verläufe der Funktion  $f(x)$  (siehe Gl. 4.11) mit Unterschiedlichen Eingabeparametern. Punkt (i) markiert in 4.6(a) die Nullstelle ( $LPF$ ) und in 4.6(b) den Grenzwert, den  $x$  maximal annehmen kann. Punkt (ii) markiert in beiden Abbildungen eine Polstelle mit Vorzeichenwechsel, die die Gl. 4.11 annimmt, wenn der Divisor 0 (Null) wird. Des Weiteren ist in der unteren, linken Seite jedes Graphen der Intervallbereich von  $x$  abgebildet. Der Verlauf der Funktion außerhalb dieses Intervalls ist mit (.....) dargestellt.

Auf diesen Erkenntnissen bauend, lässt sich Gl. 4.9 umformen zu der Funktion  $f(x)$ :

$$f(x) = f_y / \left[ \sigma_{x,St} \cdot x \cdot \left( 1 + \frac{f_2}{f_2 - x} \cdot \frac{A_{St}}{W_{z,St}} \cdot \left( w_{0,c} - (w_{0,c} - w_{0,p}) \cdot \left( \frac{f_1}{f_2} - 1 \right) \right) \right) \right] - 1 \stackrel{!}{=} 0 \quad (4.11)$$

Es ist hier darauf hinzuweisen, dass der Teilsicherheitsbeiwert mit  $\gamma_M = 1,0$  gesetzt ist. Analog zu 4.1.11 lassen sich die Nullstellen der Funktion auf direktem Wege mittels der MATLAB-Funktion `fzero` [41] ermitteln, wobei sich das gleiche Problem mit der Unstatigkeit der Funktion (Polstelle mit Vorzeichenwechsel) ergibt wie in 4.1.11 (siehe Abb. 4.6(a)). Daher wird der *Nulldurchgang* entsprechend 4.1.11 ermittelt, indem die Position des kleinsten Funktionswertes  $f(x)$  in dem eindimensionalen Feld (Vektor, Array) und deren Entsprechung im  $x$ -Vektor (Positionsvektor), gesucht wird. Sollte die Nullstelle  $x > 1,0$  ( $x \equiv LPF$ ) sein (siehe Abb. 4.6(b)), so kann der Laststeigerungsfaktor  $LPF$  direkt ermittelt werden mit:

$$LPF = f_y / \left[ \frac{N_{x,St}}{A_{St}} + \frac{\alpha_v \cdot M_{z,St}^I}{W_{z,St}} \right] \quad (4.12)$$

## 4.2. Parameterstudie des ausgesteiften Beulfeldes

Nach dem BAST-Heft B140 [33] ist der Gesamtfeldnachweis für den biaxialen Druck nach prEN 1993-1-5 Gl. (12.1) [15] nicht zureichend durch Versuchsdaten gestützt. Es empfiehlt daher zu dem Einzelfeldnachweis, den Nachweis der Längssteife nach Theorie II. Ordnung, mittels eines Stabwerksmodells (vgl. 2.3.2) durchzuführen. Alternativ schlägt SEITZ [51] einen Nachweis der Längssteife nach Theorie II. Ordnung vor, der einfach durch eine Handrechnung durchgeführt werden kann.

In [47] zeigte POURSTAD, dass der Gesamtfeldnachweis des Bodenblechs bei biaxialer *konstanter* Druckbelastung anhand der Gl. (12.1) des prEN 1993-1-5 [15], in Kombination mit den vorgeschlagenen Einzelnachweisen (siehe Kap. 2.4.2) und der vorgeschlagenen Interpolationsgleichung [43, 45, 46, 47] (vgl. 2.3.3), zu einer guten Anpassung an die numerischen Werte führt (vgl. 2.4.2).

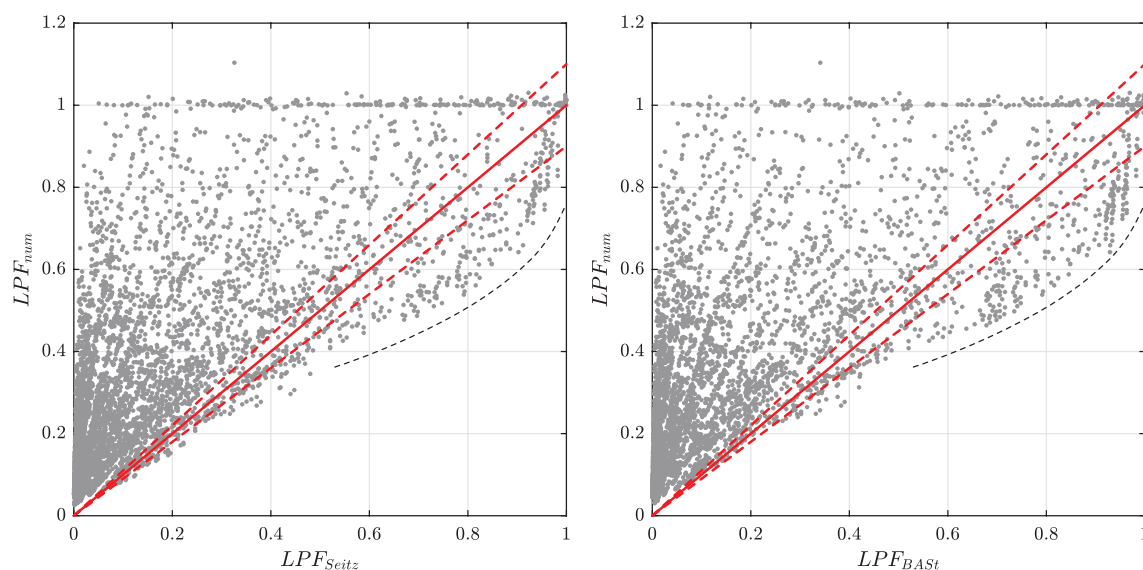
Die folgende Parameterstudie umfasst zwei Teile. Der erste Teil besteht in der Untersuchung der vorgeschlagenen Längssteifen-Nachweise [33, 51] in Kombination mit dem Einzelfeldnachweis nach prEN 1993-1-5 [15]. Im zweiten Teil der Parameterstudie soll, auf POURSTAD aufbauend, der Gesamtfeldnachweis unter biaxialer Belastung (längsgerichtete Biegebelastung und quergerichtete einseitige konstante Druckbelastung), untersucht werden. Dabei sollen die Vorkenntnisse aus dem Gesamtfeldnachweises des Bodenbleches (vgl. 2.4.2) angewandt und für die gegebene Lastsituation ergänzt werden. Die Ergänzung soll dabei den Vorteil besitzen, dass die Nachweisführung des Gesamtfeldes entsprechend prEN 1993-1-5 Gl. (12.1) [15] geführt wird und nicht alternativ dazu.

### 4.2.1. Untersuchung der Längssteifen-Nachweise

#### Längssteifen-Nachweis nach Seitz

Abb. 4.7(a) (S. 85) zeigt den Vergleich der Laststeigerungsfaktoren (*LPF: Load Proportionality Factor*) der numerischen Lösung mit dem kleineren Wert aus Einzelfeldnachweis nach prEN 1993-1-5 [15] und dem Längssteifen-Nachweis nach Seitz [51]. Zwar ist eine große Streuung der Werte zu sehen, jedoch sind diese Werte auffällig konservativ. Vereinzelt sind Ergebnisse zu sehen, bei dem die Tragfähigkeit der Längssteife überschätzt werden.

In den Abb. A.11 bis A.17 (S. 141 ff.) ist der Längssteifen-Nachweis nach Seitz im Zusammenhang mehrerer Parameter untersucht worden. Auffällig ist die Verteilung der Werte im Zusammenhang des Seitenverhältnisses  $\alpha$  (siehe Abb. A.13), die die *unsicheren* Werte im Bereich  $\alpha = 1,0$  und  $1,5$  zeigt. Weiter zeigen sich die *unsicheren* Ergebnisse bei einer Steifenzahl von  $n_{St,D} = 1$  und  $2$  (siehe Abb. A.17) und bei steigender bezogener Steifigkeit  $\gamma$  (siehe Abb. A.16). Eine zunehmende Anzahl *unsicherer* Werte zeigt sich auch bei steigendem Interaktionswinkel  $\theta$  (siehe Abb. A.11 und A.12).



(a) Maßgebende Werte aus Einzelfeld- und Längssteifen-Nachweise nach SEITZ [51].

(b) Maßgebende Werte aus Einzelfeld- und Längssteifen-Nachweis nach dem BAST-Heft B140 [33].

**Abbildung 4.7.:** Ergebnisse der Laststeigerungsfaktoren ( $LPF$ ) der maßgebenden Einzelfeld-Nachweise nach prEN 1993-1-5 und den Längssteifen-Nachweisen nach den Vorschlägen von SEITZ und dem BAST-Heft B140. Diese sind in Relation mit den numerisch ermittelten Werten ( $LPF_{num}$ ) dargestellt. Die Kurve (---) deutet den Bereich der „unsicheren Werte“, an. (—):  $LPF_{num} = LPF_{Seitz}$  bzw.  $LPF_{num} = LPF_{BAST}$ . (---):  $\pm 10\%$ -Abweichung.

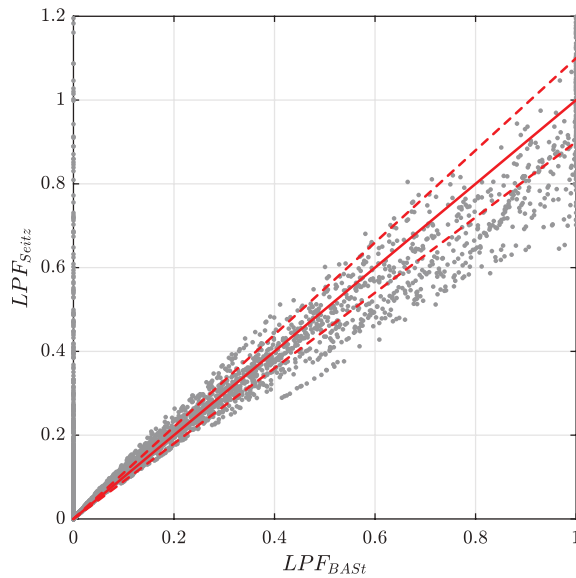
#### Längssteifen-Nachweis nach Kuhlmann et al. (BAST-Heft B140)

Das alternative Stabwerksmodell nach dem BAST-Heft B140 [33] liefert eine ähnliche Verteilung der Werte wie der Längssteifen-Nachweis nach SEITZ [51] (vgl. hierzu Abb. 4.7(b)). Es ist eine starke Streuung der Werte zu verzeichnen, jedoch im *konservativen Bereich*. Auffällig sind auch die einzelnen Werte, bei denen die Tragfähigkeit der Längssteife überschätzt werden. Diese sind näherungsweise im selben Bereich wie in Abb. 4.7(a).

In den Abb. A.18 bis A.24 (S. 148 ff.) ist der Längssteifen-Nachweis nach BAST-Heft im Zusammenhang mehrerer Parameter untersucht worden. Es zeichnet sich eine ähnliche Verteilung, in Abhängigkeit des Seitenverhältnisses  $\alpha$ , der Anzahl der Steifen  $n_{St,D}$ , der bezogenen Steifigkeit  $\gamma$  und dem Interaktionswinkels  $\theta$ , wie bei der Nachweismethode nach Seitz ab (vgl. 4.2.1).

#### Vergleich der Längssteifen-Nachweise nach den Vorschlägen von Seitz und dem BAST-Heft B140

Ein direkter Vergleich der Ergebnisse aus den Längssteifen-Nachweisen nach den Vorschlägen von Seitz und dem BAST-Heft B140 (siehe Abb. 4.8) zeigt, dass der Vorschlag des BAST-Heftes eine höhere Auslastung der Steife zulässt und daher eine *wirtschaftlichere* Bemessung erlaubt als der Nachweis nach SEITZ.



**Abbildung 4.8.:**

Direkter Vergleich der Ergebnisse des Längssteifen-Nachweises nach den Vorschlägen von SEITZ ( $LPF_{Seitz}$ ) und des BAST-Hefts B140 ( $LPF_{BAST}$ ). (—):  $LPF_{Seitz} = LPF_{BAST}$ . (- - -):  $\pm 10\%$  -Abw.

#### 4.2.2. Untersuchung des ausgesteiftes Beulfelds

##### Einzelfeld-Nachweis

Abb. 4.9(a) (S. 87) zeigt die numerischen *Einzelfeldnachweise* aus der EBPlate-Berechnung, in Kombination mit den *Einzelnachweisen nach Pourostad* (siehe Kap. 2.4.2) und der vorgeschlagenen Interpolationsgleichung nach POUROSTAD [43, 45, 46, 47]. Die Mehrheit der Ergebnisse ist dabei auffällig im unsicheren Bereich (überschätzte Tragfähigkeit).

##### Gesamtfeld-Nachweis

In Abb. 4.9(b) sind die Ergebnisse aus dem *Gesamtfeldnachweis* zu sehen. Zu sehen sind weiterhin sehr viele unsichere Ergebnisse. Ein erster Vergleich aus den Abbildungen des Einzelfeld- und Gesamtfeldnachweises zeigt, dass das Gesamtfeld maßgebend zu sein scheint.

##### Einzelfeld- und Gesamtfeldnachweis

In Abb. 4.10 sind die Ergebnisse aus dem *Gesamtfeld- und Einzelfeldnachweis* in Kombination mit den *Einzelnachweisen nach Pourostad* (siehe Kap. 2.4.2) und der vorgeschlagenen Interpolationsgleichung nach POUROSTAD, aufgezeigt. Es sind weiterhin einige *unsichere Werte* zu sehen.

In Anhang A.3.2 (S. 156) sind weitere Untersuchungen der Laststeigerungsfaktoren ( $LPF_{num}$ ) in Abhängigkeit der globalen Plattenschlankheit  $\bar{\lambda}_p$  des *Gesamtfeldnachweises* wiedergegeben.